Biblioteca Humanidades 35

LÓGICA FORMAL Y ARGUMENTACIÓN COMO DISCIPLINAS COMPLEMENTARIAS

Gladys Palau





LÓGICA FORMAL Y ARGUMENTACIÓN COMO DISCIPLINAS COMPLEMENTARIAS

Gladys Palau

Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación
Universidad Nacional de La Plata

2014

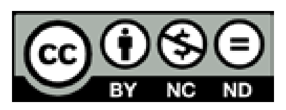
Esta publicación ha sido sometida a evaluación interna y externa organizada por la Secretaría de Investigación de la Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional de La Plata.

Diseño: D.C.V. Federico Banzato

Queda hecho el depósito que marca la ley 11.723
Impreso en Argentina

ISBN 978-950-34-1053-0

Serie Biblioteca Humanidades, 35



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación

Decano
Dr. Aníbal Viguera

Vicedecano
Dr. Mauricio Chama

Secretaria de Asuntos Académicos
Prof. Ana Julia Ramírez

Secretario de Posgrado
Dr. Fabio Espósito

Secretaria de Investigación
Dra. Susana Ortale

Secretario de Extensión Universitaria
Mg. Jerónimo Pinedo

ÍNDICE

LISTA DE SÍMBOLOS UTILIZADOS

∀	Cuantificador Universal
∃	Cuantificador Existencial
→	Condicional o implicación material
∧	Conjunción
↔	Bicondicional
∨	Disyunción inclusiva
⇒	Condicional modal o implicación estricta
$\rightarrow_R$	Implicación relevante
⊥	Lo Falso o Absurdo
¬	Negación clásica
□	Necesario
◊	Posible
>	Condicional contrafáctico
□→	Contrafáctico *would*
∈	Pertenece
⊦	Deductor clásico
|~	Deductor no monótono

PREFACIO

En el presente libro he tratado de reorganizar ideas y tesis defendidas en trabajos anteriores, esencialmente en aquellos cuya temática se centra por un lado en las relaciones entre el lenguaje natural y el lenguaje formal de la lógica y por el otro entre los argumentos de sentido común y los sistemas lógicos que tratan de describirlos. Sin embargo, dado que adherimos a la idea de que el conocimiento científico es un producto histórico, en la Introducción hemos dado una breve reseña histórica de la lógica y de la generalmente denominada "teoría" de la argumentación". Sin embargo, dado que tanto la lógica como la argumentación descansan en el lenguaje natural, el primer capítulo lo hemos dedicado a brindar una caracterización de la lógica natural y a presentar su primer intento de formalización a fin de indagar sobre el posible papel obturador que la lógica natural juega en la constitución de las operaciones lógicas. Puesto que en la lógica natural empleada en las argumentaciones cotidianas las operaciones lógicas no son independientes del significado natural de las palabras, el segundo capítulo lo dedicamos a presentar la teoría referencial del significado clásica seguida de un breve esbozo de las semánticas de Kripke, a fin de indagar si alguna de ellas se corresponden con el concepto de necesidad involucrado en la lógica natural. El capítulo 3 lo dedicamos a los sistemas lógicos que difieren de la lógica clásica a fin de poder brindar un análisis de los llamados *condicionales contrafácticos* usados en el lenguaje natural para relacionarlos con los llamados *condicionales de sentido común* o condicionales *derrotables.* Esto nos condujo a presentar en el capítulo 4 las nociones de consecuencia clásica, la de las lógicas condicionales y finalmente la noción de consecuencia no monótona involucrada en los condicionales derrotables. El capítulo 5 lo hemos destinado a proponer una novedosa

clasificación de los argumentos de sentido común según sea la noción de consecuencia lógica de los mismos que modifica la conocida clasificación de Peter Flach. Luego presentamos las propuesta de Stephen Toulmin y de Douglas Walton para el análisis de los argumentos pero reformulando esta última en términos de la noción de consecuencia lógica no monótona. Finalmente, la problemática expuesta nos condujo a culminar este trabajo reflexionando acerca de qué debe entenderse por "lógica", porqué hay que enseñarla y cómo hacerlo.

Buenos Aires, julio de 2013

INTRODUCCIÓN
Lógica y argumentación: una breve reseña histórica

Por ser una disciplina de estricto origen filosófico pero luego incorporada a otros saberes como la matemática, la lingüística y otros tantos, la lógica en tanto ciencia puede ser concebida desde distintas perspectivas filosóficas que condicionan sus contenidos y la forma de presentarlos y analizarlos. Por ello, comenzaremos por hacer una breve reseña de su historia a los efectos de que ella nos ayude a responder a la pregunta sobre qué tipo de ciencia es la lógica y sobre su relación con la teoría de la argumentación.

La lógica clásica, tal como fue iniciada por Aristóteles y enriquecida tanto por los estoicos y megáricos como por los lógicos medievales perduró sin crítica alguna hasta el surgimiento del llamado *psicologismo*, plasmado en el libro de A. Arnauld y P. Nicole *La Logique et L'art de penser*, aparecido en el año 1662 y vigente hasta 1870. En él se proponía como objeto de la lógica en tanto ciencia o arte la descripción de cómo pensaba la gente.[1] Esta propuesta sorprende porque Aristóteles ya había concebido argumentos no deductivos en sus obras *Retórica* y *Tópicos.* Opinan sus comentadores que Aristóteles llamaba "topos" a los argumentos usados por los sofistas y de ahí que muchos hayan propuesto llamarlos "puntos de vista"[2] coherentemente con su concepción de la dialéctica, la cual -a diferencia de Platón-

[1] G.Palau, *Lógica y Psicología,* en *Filosofía de la Lógica, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía.* Ed. Trotta, 2004. Tomo 27.

[2] Walton *et al, Argumentation Schemes*, Cambridge 2008.cap. *The History of schemes.*

Aristóteles la concebía como método para encontrar argumentos a través de distintos puntos de vista (*topoi*), o sea como el método para buscar conclusiones probables a partir de las opiniones aceptadas en común (o *endoxa*).

Esta corriente de la lógica en tanto dialéctica, si bien se continúa en Cicerón y Boecio, y en Abelardo en el siglo XIII, renace recién en el siglo XVII con la obra de Arnauld y Nicole ya mencionada, aunque con un sentido algo diferente de los *topoi* aristotélicos porque ya no fueron considerados herramientas para lograr inferencias entimemáticas sino que se convirtieron en herramientas clasificatorias de los argumentos. Esta vertiente de pensamiento se consolida en el llamado psicologismo de W. Wundt, C. Stewart y T. Lipps entre otros y se extiende hasta principios del siglo XX.

Es casi una paradoja histórico-filosófica que el *Ars combinatoria* de Leibniz, escrita en 1664, o sea dos años después que la *Logique de Port Royal*, haya pasado desapercibida para los interesados en la ciencia de la lógica, y que el *Calculus Ratiocinator* de Leibniz se publicara recién en el siglo XIX, precisamente en el momento del surgimiento de una ciencia no filosófica conocida hoy como *álgebra de la lógica* de Boole (1848), y que la lógica clásica se consolidara recién en la obra de Frege *Begriffsschrit (Notación conceptual*) de 1879 y finalmente tomara la versión tradicional en *The Principles of Mathematics* de Bertand Russell de 1903, y en *Principia Mathematica* de Russell y Whitehead de 1920 a las que necesariamente deben agregarse al menos las escritas entre 1900 y 1920 por los lógicos polacos Lukasiewicz, Lesniewski y Jaskowski.[3]

Finalmente, es posible afirmar que, aunque con visiones distintas acerca de la naturaleza de la lógica, la una poniendo el acento en la verdad lógica y la otra en el proceso de deducción, los *Grundlagen der Mathematik* de Hilbert y Bernays, escrita entre los años 1934 y 1939 y el libro de G. Gentzen, *Investigations into logical deduction* (*Untersuchungen über das Logische Schlissen*) constituyen las obras cumbre de este glorioso periodo de la lógica matemática o si se prefiere, lógica simbólica, hoy generalmente denominada *lógica clásica*. De

---

[3] Para una lista casi completa de las producciones en lógica matemática desde Leibniz hasta 1935, ver *A Bibliography of Symbolic Logic* de Alonzo Church en The Journal of symbolic logic, vo. I, Nª 4,12/1936.

este período también surge la semántica estándar que determinará la concepción del significado que rige aún en la lógica clásica y que también fue presenta en los *Begriffsschrift* de Frege. Como es sabido, esta semántica está regida por el principio *Principio de Extensionalidad* (el cual, intuitivamente expresado, afirma que si dos proposiciones o dos predicados son (extensionalmente) equivalentes, entonces son intercambiables *salva veritate*), el cual rige aún en el presente para la lógica estándar.

Desde otra perspectiva, también ha sido sostenido que la lógica guarda con la psicología relaciones profundas, ya que en su historia durante un largo período se consideró que la lógica formaba parte de la psicología. En el trabajo de mi autoría *Lógica y Psicología* (2004) expuse cuidadosamente este enfoque de la lógica dado por el llamado *psicologismo*, iniciado con la Lógica Hamburgensis de J. Jungus (1635) y cuya exposición más divulgada se encuentra en la *Logique ou l'art de penser*, de A.Arnauld y P.Nicole de 1662 y que perduró hasta el surgimiento de la nueva psicología expuesta en los textos de Sigwart (1873) y Wundt (1883).

Paradójicamente y en forma casi simultánea con la *Logique de Port Royal*, en el año 1664 apareció el *Ars Combinatoria* de Leibniz y, aún en pleno apogeo del psicologismo, en el año 1837 B .Bolzano escribió su *Wissenschaftslehre*, en 1847 se publicó el libro *Formal Logic* de A.De Morgan y en el año 1954 el célebre libro de G. Boole, *An Investigation of the Laws of Thought* que a nuestro entender funcionó como condición de posibilidad para los libros de G. Frege *Begriffsschriff* (1878) y *Die Grundlagen der Arithmetik* (1884), textos estos que originaron la corriente filosófica sobre la naturaleza de la lógica conocida como *logicismo* y que está presupuesta en la mayoría de los textos de lógica matemática actuales con presentación axiomática. Ella consiste en sostener que las verdades lógicas no se conocen por medio de la intuición ni son probadas por observaciones psicológicas, sino que son verdades *a priori* y/o analíticas. También es sabido que esta posición filosófica prevaleció hasta bien entrado el siglo XX y se consolidó en las rigurosas presentaciones axiomáticas de aún plena vigencia en la literatura lógica como las de A. Church (1956), Elliot Mendelson (1963), Stephen Kleene (1964) entre otras, las cuales constituyen hasta hoy una referencia ineludible para el

especialista en lógica y para todo profesor que se precie de conocer a fondo la disciplina que comúnmente se enseña, i.e, la lógica clásica.

Sin embargo, debemos recalcar que la aplicabilidad de la lógica clásica no quedó reducida al ámbito de la fundamentación de la matemática sino que, debido a su poder para al análisis de argumentos del lenguaje natural, se introdujo rápidamente en el campo de la enseñanza de la lógica. Tal vez el libro de H. Reichenbach, *Elements of Symbolic Logic* (1947) sea uno de los pioneros en el traslado de la lógica al análisis del lenguaje natural. Más aún, en *Introduction to Symbolic Logic and its applications*, escrita en alemán en 1954[4], R. Carnap afirma: (...) *The majority of American scholars who write on epistemology, analysis of language, scientific method.... and the like regards symbolic logic as an indispensable tool.*

Ejemplos de textos básicos de lógica que prosiguieron en esta corriente son *Methods of logic* de W. Quine (1950), *Symbolic Logic* de I. Copy (1954), *Logic, Techniques of Formal Reasoning* de D. Kalish , R Montague & R. Fogelin (1964), *Elementary Logic* de B. Mates (1965), entre muchos otros. Cabe destacar que tal vez sea el libro de F. Strawson (1952), *Introduction to Logical Theory*, el único que dedique un capítulo a distinguir el lenguaje de la lógica del lo que él llama "lógica del habla ordinaria" y a la que nosotros denominaremos *lógica natural.* Finalmente, es posible que sea el trabajo de I. Hacking de 1970, titulado *What is logic?* uno de los primeros en tomar el enfoque inferencial de G. Gentzen en su hoy indispensable libro *Untersuchungen über das Logische Schliessen* (1934), cuyo título francés de 1955 es *Recherches sur la déduction Logique*, para proponer un enfoque distinto para la lógica y ofrecer una respuesta para el dificultoso problema de otorgar significado a las conectivas lógicas y clarificar definitivamente el concepto de deducción.

Por su parte, la llamada hoy en día *Teoría de la Argumentación* también tiene sus raíces en la filosofía griega, fundamentalmente en la *Retórica* de Aristóteles, en la cual éste asimila la *dialéctica* con la lógica teórica y la *retórica* con el arte de argumentar. Los estudiosos de esta disciplina afirman que ella fue desarrollada a partir de las reformas democráticas de Pericles (490-429), las cuales dieron

[4] Op. cit. versión en inglés, Dover Publications, 1958, prefacio, pp, vii.

lugar al surgimiento de los llamados *sofistas*, de quienes se afirma que elaboraron sus discursos con los fines prácticos de defender los reclamos del pueblo. De ahí que, a diferencia de la lógica, la cual cuenta con una historia casi unificada en los textos filosóficos, la retórica ofrece distintas miradas según se siga fielmente o bien la caracterización de Aristóteles de ella como la ciencia de "convencer" o bien como la de " persuadir". Sin embargo, la presentación de esta disciplina en Aristóteles es más compleja. En efecto, en la *Retórica* o "arte de argumentar", Aristóteles distingue tres dimensiones: la del *logos*, la del *ethos* y la del *pathos*. Sin duda alguna al *logo*s le corresponde la coherencia lógica de un argumento, el *ethos* hace referencia a la confianza en aquello que el orador sostiene y el *pathos* al impacto emocional que el orador puede despertar en los oyentes. Hoy en día varios comentaristas y estudiosos de su obra sostienen que aun en Aristóteles la aceptación o rechazo "definitivo" de un argumento debería basarse solamente en el *logos*, plano en el cual Aristóteles sitúa la ciencia de la lógica y en el cual se la estudia desde la lógica medieval hasta el presente. Pese a ello, los otros enfoques de la lógica no han sido olvidados en la filosofía contemporánea ya que la retórica ha sido retomada por la llamada *nueva retórica* de C. Perelman y casi simultáneamente en Inglaterra por S. Toulmin en su libro de *The uses of argument* y en el cual se expone un método de análisis argumentativo que, dada su relación con la lógica, será el que tomaremos como base en este texto para el análisis de los argumentos, pero con la novedad de relacionarlo con las nuevas lógicas supraclásicas surgidas recientemente.

Dado que los argumentos están formulados en el lenguaje natural el cual a su vez involucra la lógica natural de los sujetos, en el primer capítulo de este libro trataremos de caracterizar lo que en general se entiende por *lógica natural.*

CAPÍTULO 1
La lógica natural

1.1. Una posible caracterización

Debemos primero aclarar que cuando hablemos de la ciencia denominada *lógica* nos referiremos a una ciencia formal que abarca tanto los problemas de formalización de los lenguajes naturales como de los métodos para determinar la validez de las inferencias. Hoy en día se acepta que la lógica simbólica o matemática no refleja exactamente la lógica natural involucrada en el lenguaje ordinario, sino que ella representa solamente a los procesos deductivos empleados primordialmente en la matemática y en fragmentos muy acotados del lenguaje natural. En la mayoría de las restantes ciencias y primordialmente en los más diversos tipos de argumentaciones del lenguaje natural empleado en la vida cotidiana, se emplea lo que se ha dado en llamar "lógica del lenguaje ordinario" o en línea piagetiana "lógica natural", denominaciones éstas que nosotros usaremos indistintamente. Fundamentamos este uso indistinto en el hecho de que, aunque en los primeros años de vida según J. Piaget, la lógica natural se constituya en tanto lógica de las acciones, simultáneamente con la paulatina adquisición del lenguaje, el sujeto va construyendo la llamada *lógica natural*, que es precisamente la que estoy usando cuando escribo en este mismo momento.

En sintonía con esta idea pero desde otra vertiente epistemológica, en un artículo de 1982, el lógico sudamericano F. Miró Quesada[1], afirmó:

> (...) *hay una lógica que es la que usamos cuando pensamos racionalmente de manera espontánea y ella es el fundamento en torno*

[1] "Nuestra lógica", *Revista Sudamericana de Filosofía*, III,1,pp. 3-13

del cual se constituyen todas las lógicas, es la base sin la que ninguna lógica formal, por más aberrante que sea, tiene sentido.

Aunque sus límites sean imprecisos y su definición no sea rigurosa, proponemos esta caracterización como equivalente a lo que comúnmente hoy en día se entiende como *lógica del sentido común* o *lógica natural* o *lógica folk*[2] en los textos de enseñanza de la lógica, y que además es la que se usa aún cuando se escriben los libros de lógica o sobre lógica como el presente.

Es también "natural" que la llamada *lógica natural* sea concebida como previa a toda construcción teórica sobre la ciencia de la lógica, aun desde una perspectiva histórica. Ya lo han hecho notar W. y M. Kneale en su obra *The Development of Logic* (1962), en la cual sostienen que para poder haber reflexionado sobre los principios de la validez, Aristóteles debió seguramente contar con una suma considerable de material proporcionado fundamentalmente por los razonamientos empleados en las demostraciones matemáticas, las argumentaciones jurídicas, los discursos de índole práctica -de los que parece extrajo los *sofismas*-, y por la argumentación dialéctica con fines metafísicos, expuesta principalmente en los diálogos de Platón, de los cuales Aristóteles parece haber extraído precisamente el llamado *argumento refutatorio*, llamado luego *Modus Tollens*, y la *Reductio ad impossibile* empleada antes por Zenón.

En la literatura sobre el tema se han propuesto varias caracterizaciones de la lógica natural, y en cualesquiera que se tomen de referencia las siguientes propiedades aparecen como esenciales:

1) La lógica natural, tal como se manifiesta en los lenguajes naturales, no instrumenta, desde la sintaxis, cadenas de inferencias tan complejas como la que se dan en los sistemas de lógica formal. Los argumentos o inferencias de la lógica natural son más dificultosos de analizar desde una perspectiva tanto sintáctica como semántica ya que ellos involucran una dimensión pragmática no contemplada por ninguna presentación de la lógica en tanto ciencia.

---

[2] Esta denominación se le debe al filósofo argentino E. Rabossi, que la ha propuesto en paralelismo con la llamada psicología *folk*.

2) Los argumentos o razonamientos de la lógica natural tampoco siguen paso a paso una inferencia formal. En efecto, en ellos el sujeto suele pegar "saltos" inferenciales en cuya base están o bien la falta de información o la existencia de presuposiciones de la más diversa índole no explicitadas.

3) Las inferencias o razonamientos de la lógica natural permanecen generalmente ligados, por un lado, a la verdad o falsedad de los enunciados mismos o a las creencias que el hablante tiene acerca de ellos y, por el otro, al significado común de los términos involucrados. Es precisamente en este sentido que se dice que los argumentos de la lógica natural son contexto-dependientes y no toleran la descontextualización.

Pese a los elementos heterogéneos que la componen, es admisible aceptar que la lógica natural constituye un **sistema** o **totalidad organizada** de elementos que interactúan entre sí con reglas propias y que por ello comparte ciertas propiedades de los *sistemas complejos*, según la definición de éstos dada por Rolando García (2006), las cuales en relación con la lógica natural podríamos reformular como sigue:

(i) La lógica natural constituye una totalidad cuyas propiedades no son la simple adición de las propiedades de sus elementos;

(ii) la estructura de la lógica natural está determinada por el conjunto de las relaciones entre sus elementos y no solamente por los elementos mismos; y

(iii) las relaciones que caracterizan a la lógica natural en tanto sistema constituyen vínculos dinámicos que fluctúan de manera permanente y, eventualmente, se modifican en forma sustancial dando lugar a una nueva estructura lógica, por lo cual es contexto dependiente.[3]

Estas propiedades el lector puede confirmarlas por sí mismo si reflexionando sobre su pensamiento verifica que su lógica varía según se trate de una ciencia formal, de una ciencia empírica, de las relaciones entre las personas, de sus pronósticos sobre el futu-

[3] M. van Lambalgen and K.Stenning, *Human reasoning and Cognition*, 2008.

ro, de sus preferencias políticas, artísticas, etc. Más aún, es con la misma lógica natural con la cual Aristóteles analiza en *Refutaciones sofísticas* los distintos tipos de argumentos no deductivos tales como los didácticos , i.e., los que se construyen a partir de premisas propias a cada disciplina, los dialécticos (i.e., los que extraen conclusiones a partir de la contradictoria de la tesis asumida a fin de obtener una contradicción), los erísticos, (i.e., los argumentos que parten de premisas probables pero que en realidad no lo son), entre otros.

Dado que la expresión *si… entonces…* en el lenguaje natural se usa tanto para expresar oraciones condicionales como para indicar conclusiones a partir de supuestos, es comprensible que su análisis haya constituido el centro de las mayores divergencias entre los lógicos y psicólogos cognitivos. A fin de evitar todo tipo de confrontación, hemos decidido comenzar comentando la primera descripción formal de la lógica natural elaborada en forma conjunta por un lógico y un psicólogo cognitivo, con uno de los objetivos fundamentales que nos hemos propuesto en este libro: mostrar el fracaso del ideal de formalizar la totalidad del lenguaje y de la lógica natural en cualquiera de sus dimensiones.

1.2. La primera propuesta de formalización de la lógica natural

J. Piaget y R. García en el libro *Hacia una lógica de las significaciones* (1989) son los primeros que se ocupan de explicitar la forma en que debería modificarse la lógica veritativo- funcional utilizada en los modelos lógicos de la lógica operatoria de Piaget para el pensamiento formal, proponiendo su remplazo por otra basada en la llamada *implicación relevante* de la Lógica de la Relevancia de Anderson y Belnap (1975). Una de las intenciones de R. Ricco en su artículo *Revising the Logic of Operations as Relevant Logic: From Hypotesis Testing to Explanation* (1993) consiste precisamente en sugerir el enriquecimiento de esta perspectiva sobre la base de una lógica intensional. No es nuestro interés realizar una crítica al mencionado trabajo de R. Ricco y sólo lo hemos tomado como punto de referencia para uno de nuestros objetivos fundamentales, i.e., señalar los problemas y límites de las semánticas intensionales propuestas en la literatura lógica cuando se quiere dar cuenta de enunciados del lenguaje natural, en particular aquellos que involucran expresiones condicionales. Nuestra primera

tarea consistirá entonces en elucidar lo mejor posible el concepto mismo de *implicación significante* propuesto por Piaget y García.[4] En la Introducción del libro ya citado, los autores expresan que el objetivo del mismo es construir una lógica de las significaciones a fin de dotar de un sentido intensional a las conectivas proposicionales, en especial encontrar un sentido intensional para la implicación que evite las conocidas paradojas del condicional material. Por ello, proponen una nueva conectiva, llamada *implicación significante* ($p \rightarrow_s q$) que es caracterizada de la siguiente forma:

> $p \rightarrow_s q$ *si y sólo si una significación s de q está englobada en la de p y* si esta significación común s es transitiva.

Aclaran a continuación que los *englobamientos* entre significaciones son entidades en *comprensión* (o intensión) y proponen leerlos como *inherencias*, las cuales corresponden a inclusiones en extensión ("imbricaciones" en la traducción), o sea un cierto tipo de tablas de verdad, pero parciales y determinadas por las significaciones. Dejaremos de lado el análisis y posible crítica de esta caracterización dado que ello nos conduciría a un tratamiento técnico fuera del alcance de este libro y porque en realidad tampoco queda aclarada suficientemente en el texto mismo. Por estas razones, nos referiremos solamente a las peculiaridades de la definición propuesta para la implicación significante, $p \rightarrow_s q$, la cual debe leerse como *p implica significativamente a q*, o si se prefiere, *Si p entonces significativamente q.* Ellas son:

(i) La caracterización intenta claramente dar cuenta de enunciados condicionales que guarden una relación significativa entre antecedente y consecuente, tal como efectivamente ocurre en el lenguaje natural o *lenguaje ordinario*, tal como es denominado en la literatura lógica corriente. Esta relación está garantizada si se exige que (al menos) una de las significaciones *s* del consecuente esté englobada en el antecedente, y

(ii) a la relación de *inherencia* entre conjuntos intensionales se le

[4] En el desarrollo del presente trabajo se verá que el problema planteado por los autores supera el marco de la epistemología genética ya que alude directamente a los límites de las semánticas formales.

hace corresponder una relación de inclusión entre extensiones.

La característica (i) se aclara plenamente cuando los mismos autores declaran que la lógica de las significaciones no debe aplicarse solamente a proposiciones sino también a acciones y operaciones, ya que estas involucran también significaciones. Por ello, las letras proposicionales deben entenderse como designando conjuntos de significaciones, i.e, conjuntos intensionales, lo cual no apareja ningún conflicto lógico a nivel sintáctico. Tampoco ofrece problemas la característica (ii), ya que *prima facie* a toda expresión y relación intensional se le puede hacer corresponder como referencia una entidad extensional, i.e., un conjunto.

Damos por sentado que cualquier formalismo que se proponga como modelo de la implicación significante debería dar cuenta de los siguientes enunciados condicionales, indudablemente significativos en el lenguaje natural, a saber:

(i) *Si Juan es soltero entonces no es casado.*

(ii) *Si la varilla es de plomo, entonces es maleable .*

(iii*) Si Juan está sentado delante de Pedro, entonces Pedro está sentado detrás de Juan.*

(iv) *Si Juan no hubiera roto el jarrón, entonces no habría sido castigado.*

(v) *Si Juan invita a Pedro a la fiesta entonces Pedro irá a la fiesta.*

Los ejemplos (i)-(iii) son claros ejemplos de implicación significante puesto que por definición *soltero* significa *no casado*; *ser maleable* también es un predicado inherente del plomo y *x está sentado delante de y* es significativamente equivalente a *y está sentado detrás de x.* Sin embargo no lo son ni (iv) ni (v) ya que no hay ninguna relación significativa entre antecedente y consecuente, aunque (iv) nos informe indirectamente que Juan rompió el jarrón. En particular, los condicionales de este tipo reciben el nombre de *condicionales subjuntivos o contrafácticos* y han originado sistemas específicos para ellos que trataremos en 3.3. Finalmente, el caso (v) es un caso típico de condicional material el cual no exige relación significativa alguna entre antecedente o consecuente sino que solamente toma en cuenta los valores de verdad del antecedente y del consecuente.

Dada la alusión que se hace en la definición de *implicación rele-*

vante de García y Piaget a la existencia de al menos una significación común entre la expresión antecedente y la consecuente, no extraña que la Lógica de la Relevancia de A. Ross Anderson y N. Belnap de 1975 (de ahora en más A&B) haya sido seleccionada por ellos como la primera fuente de inspiración para la construcción de una lógica de las significaciones. Nuestra exposición intentará mostrar el fracaso de tal enorme empresa.

En primer lugar hacemos notar que la implicación relevante propuesta por A&B, simbolizada por $\rightarrow_R$, tiene como objetivo reflejar en el lenguaje objeto del sistema de lógica de la relevancia R la relación de deducibilidad relevante postulada en el metalenguaje. Se argumenta en contra de la adecuación de la noción de deducibilidad clásica porque esta sólo involucra al concepto de necesidad en la derivación de la conclusión a partir de las premisas y es por lo tanto la responsable de la aceptación de ciertas inferencias como válidas cuando, en opinión de estos autores, son anti intuitivas precisamente por no guardar ninguna relación "significativa" entre las premisas y la conclusión. De ahí que el objetivo de la lógica de la relevancia R no consista en resolver problemas que provengan del significado de determinadas expresiones sino en determinar la relevancia en una deducción, a saber: *la deducción de la fórmula B a partir de la premisa A será relevante (i.e., admitida) en R si y sólo si la premisa A es usada en la deducción de B*, exigencia esta que recibe el nombre de *Principio de la Relevancia* (PR). Este principio -llamado también *Principio de la comunidad de variables*- afirma:

Si A es un teorema de $R_{\rightarrow}$*, entonces toda variable que ocurre en A, ocurre al menos una vez en su parte antecedente y al menos una vez en su parte consecuente.*

De la caracterización propuesta se sigue necesariamente que la regla de D. Scoto (o *ex contradictione quodlibet*) $(A \wedge \neg A) \vdash B$ es un claro ejemplo de irrelevancia dado que la fórmula B no aparece en ninguna premisa y por ello no será regla de R. Aún cuando hubiéramos elegido cualquier otra de las tres formulaciones que de PR hacen sus autores, habríamos observado que se aplica sólo a fórmulas de R que son teoremas, i.e., cuya forma condicional está asociada a una inferencia válida en R (según el Teorema de la Deducción particular de R) y que por lo tanto contiene solamente fórmulas que lo satisfacen. Surge naturalmente entonces que, además de eliminarse todas las inferencias

clásicas en cuya prueba no se cumpla este principio, también necesariamente queda eliminada la posibilidad de aplicarlo a enunciados condicionales que no sean teoremas, o sea a enunciados contingentes cuyos elementos sean enunciados atómicos y no constituyan un teorema. En efecto, formalizados en el lenguaje de R, todos los ejemplos anteriores (i)-(v) toman la forma lógica $p \rightarrow q$ y por ello resultan obviamente irrelevantes ya que ninguno satisface la propiedad de comunidad de variables.[5] Se sigue entonces que esta propiedad no es ni condición suficiente ni condición necesaria respecto de la relevancia entre antecedente y consecuente de un enunciado condicional cualquiera y no alcanza para expresar la idea de implicación significante para la lógica natural.

Por otra parte, el intento de A&B para dar cuenta de ciertas relaciones significativas entre antecedente y consecuente no es el primero en la historia de la lógica. En efecto, W. Parry en el año 1933 también intentó formalizar la noción de implicación analítica, con el propósito de evitar las paradojas del condicional estricto y dar cuenta de la idea intuitiva de que un enunciado es analítico, o sea que el enunciado A implica analíticamente al enunciado B si y sólo si el contenido (significativo) de A contiene al contenido (significativo) de B.

Nótese la similitud con la definición de juicio analítico de Kant, según la cual un juicio es analítico si y sólo si el contenido (significativo) del término predicado está incluido en el contenido (significativo) del término sujeto. Formalmente: *Un conjunto de sentencias* Γ *implica analíticamente al enunciado B* ($\Gamma \rightarrow_A B$) *si y solo si B es verdadera en toda valuación booleana en la cual todos los enunciados de* Γ *son verdaderos y en la que para cada asignación de contenido s, el contenido de B esté incluido en el contenido de* Γ.

Similarmente al sistema R de A&B, en el sistema de Parry también resultan inferencias inválidas las paradojas de la implicación estricta y *Ex Contradictione Quodlibet*. Sin embargo, ahora resulta inválida la regla de *Adición* y válido el *Silogismo Disyuntivo*. Por otra parte, cabe hacer notar que resultan teoremas, implicaciones muy alejadas de la idea de implicación analítica intuitiva que se pretende formalizar, en

[5] En rigor, todos los enunciados que en R tienen la forma *si p entonces q* son condicionales contingentes y no son abarcados por ningún sistema de lógica relevante.

particular las llamadas *Paradojas de la implicación analítica:*

$((B \wedge \neg B) \wedge C) \rightarrow_A \neg C$ $\qquad$ $((B \wedge \neg B) \wedge C) \rightarrow_A (C \wedge \neg C)$

Nótese además que el criterio de analiticidad propuesto por Parry también apunta a caracterizar en el lenguaje objeto la noción de consecuencia o deducibilidad analítica caracterizada en el metalenguaje y que por ello sólo da un criterio para determinar el conjunto de las fórmulas del sistema que son teoremas y deja por lo tanto afuera al mismo tipo de enunciados que el sistema de A&B.

Si extendiéramos los criterios de la lógica de la relevancia (o la de Parry) a la lógica de predicados, debería exigirse un criterio de comunidad de predicados (o de contenidos significativos). Puede verse también que formalizados aún en lógica de predicados los ejemplos anteriores resultarían también irrelevantes. En la traducción al formalismo de predicados, nuestros ejemplos se transforman en las siguientes formas:

(i)’ $Sa \rightarrow \neg Ca$
(ii)´ $\forall x\ (Vx \rightarrow Mx)$
(iii)’ $(R(ab) \rightarrow R^{-1}(ba)$
(iv)’ $\exists x\ (Mx \wedge R(ax)) \rightarrow q$

No se observa que ninguno de los predicados del consecuente ocurra en el antecedente, o sea que no hay ni siquiera una significación común entre antecedente y consecuente. Sin embargo, existe la alternativa de introducir, tal como lo hacen los mismos A&B en el segundo volumen del libro (1992) una definición para la noción de *predicación relevante*, a saber:

$(\rho x Ax)a =_{df} \forall x(x=a \rightarrow Ax)$

Y que se lee *a tiene relevantemente la propiedad de ser un x tal que A*.

Aplicado a un objeto arbitrario, por ejemplo, una rosa, una propiedad relevante para ella, como la de *tener un delicado perfume*, se formalizaría:

$Sr \Leftrightarrow \forall x((x=r) \rightarrow Sx)$

Asimismo, un predicado poliádico o relación relevante se representaría simbólicamente así:

$((\rho xyAxy)ab =_{df} \forall x \forall y((x=a) \rightarrow ((y=b) \rightarrow Axy))$

De todas formas, esta ampliación del formalismo propuesto no constituye un criterio para decidir cuándo un predicado es relevante respecto de un individuo, sino que permite expresarlo formalmente, en el caso de que la inferencia necesite de tal afirmación. Por ello creemos que estas definiciones permiten introducir en una inferencia la información de que se trata de una predicación relevante a modo de requerimiento pragmático sólo para preservar la relevancia de una inferencia, en forma similar a los postulados de significación de Carnap. Luego, tomando como caso el ejemplo (ii) bastaría con introducir un postulado de significación que afirmara que *ser de plomo* y *ser maleable* constituyen predicaciones relevantes de la varilla. Aunque de forma más dificultosa se podrían también representar las relaciones *estar sentado delante de* y estar sentado *atrás de* respecto del par <Juan,Pedro> en el ejemplo (iii). Sin embargo no hemos encontrado una forma adecuada para representar el ejemplo (iv) ya que pese a tener pleno sentido en el lenguaje natural no hay ningún componente en común entre el antecedente y consecuente que pudiera explicitarse en un postulado de significación.

De lo expresado hasta aquí puede seguirse que dadas las dificultades presentadas en el proceso de formalización del lenguaje natural, éste se presente como un obstáculo de tipo cognitivo, tal como lo pasaremos a comentar en el próximo parágrafo.

1. 3. La lógica natural como obstáculo epistemológico

G. Brousseau (1988) en su *Teoría de las situaciones didácticas* -escrita para la enseñanza de la matemática-, modificando en parte la idea bachelariana de ruptura, denomina "ruptura cognitiva" al *cambio en los conocimientos de un sujeto en virtud de la toma de conciencia de los conflictos generados por conocimientos anteriores y de la necesidad de abandonarlos o modificarlos.* A diferencia de la concepción de

Bachelard, si bien las rupturas se vinculan con las discontinuidades propias del proceso de aprendizaje, éstas no son radicales ya que hay *integración de los conocimientos nuevos con los anteriores, los cuales deben ser modificados y resignificados*. Dado que el "conocimiento obstáculo" se resistirá a su modificación, le corresponde a la didáctica construir situaciones suficientemente numerosas y novedosas que conlleven a superarlo mediante la construcción de una *situación didáctica* que posibilite la superación de los mismos mediante una reorganización del conocimiento. Así, la noción bachelardiana de obstáculo epistemológico queda caracterizada de la siguiente forma:

(i) Un obstáculo no es una dificultad o falta de conocimiento sino un conocimiento previo o una concepción que el sujeto tiene sobre algo en un contexto determinado y en el cual produce respuestas adaptadas, teniendo por ello validez y eficacia.

(ii) En otros contextos genera respuestas equivocadas.

(iii) El conocimiento previo no resiste las contradicciones a las que se enfrenta en el nuevo contexto y al establecimiento de un conocimiento superador.

(iv) Los obstáculos no desaparecen repentinamente, sino que siguen manifestándose mucho después de haber sido conscientemente rechazados.

Por su parte, Brousseau distingue tres tipos de obstáculos según su naturaleza: (a) *ontogenéticos*, i.e., aquellos que son internos al sujeto epistémico; (b) *didácticos*, o sea aquellos derivados de la práctica pedagógica, y (c) *epistemológicos*, o sea aquellos de los que no se puede y no se debe escapar dado su rol constitutivo en el conocimiento buscado.

Nuestra tesis -hoy en día compartida por muchos- consiste en sostener que las características señaladas de la lógica natural funcionan como auténticos obstáculos epistemológicos en el proceso de "enseñanza-aprendizaje" de la lógica clásica ya que la lógica de sentido común involucrada en el lenguaje ordinario es el único conocimiento "previo" que se posee cuando se comienza a "aprender" lógica. Por ejemplo, hay buenas razones para sostener que el concepto de razonamiento válido del sentido común, en tanto razonamiento com-

puesto por premisas y conclusión que se aceptan como verdaderas, constituye un obstáculo epistemológico y que posiblemente devenga en obstáculo didáctico, en el momento de comprender el concepto formal de validez, dado que contrariamente al sentido común, permite obtener conclusiones verdaderas a partir de premisas falsas.

El uso de las oraciones condicionales en el lenguaje natural también obra como un auténtico obstáculo para aceptar el condicional material como verdadero cuando su antecedente es falso, puesto que el partir de afirmaciones que se aprecian como verdaderas es constitutivo de la lógica natural. Esto hace que también se resista la aceptación de la llamada *falacia positiva* de la implicación material según la cual una proposición verdadera se sigue de cualquier proposición: $A \rightarrow (B \rightarrow A)$.

Este tipo de dificultades aumenta cuando traducimos del lenguaje natural al lenguaje de la lógica de predicados, ya que en ésta, a las dificultades que provienen de la estructura del lenguaje natural originadas en el sustancialismo aristotélico, debemos agregar las que provienen de los análisis de la gramática tradicional, tales como las distinciones entre sujeto y predicado y entre sustantivos y adjetivos, que en el análisis lógico es necesario eliminar, aún cuando existan otras que se hace necesario mantener o retomar, tales como la distinción entre los distintos tipos de complementos.

Sostenemos que el proceso recién descripto constituye un proceso paradójico en el siguiente sentido: por un lado la competencia lógica o lógica natural es la génesis de la ciencia de la lógica, y por el otro, la constitución de la lógica como ciencia conlleva ciertas rupturas con la primera. En síntesis, los conceptos y procedimientos lógicos (o metalógicos) no son adquiridos por generalización de habilidades de la lógica natural, sino que para su construcción el sujeto está compelido a realizar ciertas “rupturas” con los procesos lógicos naturales. Más aún, sin estas rupturas sería imposible la resignificación de los mismos en la ciencia de la lógica.

1.4. La lógica natural y la psicología experimental

En este parágrafo creo necesario agregar que se ha llegado a similares resultados desde el campo de la psicología experimental. En efecto, ya Wason, en 1966, con su experiencia sobre el condicional

material realizada con cuatro tarjetas o cartas coincidió con los resultados obtenidos por la escuela piagetiana. La experiencia consistía en cuatro tarjetas o cartas que tenían una letra escrita de un lado y un número del otro; en su cara visible cada una de ellas tiene respectivamente los siguientes números y letras: E - T- 4 - 7. Finalmente se les solicita a los sujetos sometidos a la experiencia que den vuelta la/s tarjetas necesarias para determinar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: *Si hay una vocal en una cara entonces hay un número par en la otra cara.* La respuesta correcta según la definición del condicional material debería haber consistido en señalar las cartas que tenían en su cara visible la letra E y el número 7. Solamente un número muy bajo respondió correctamente, i.e., de acuerdo a las condiciones de verdad del condicional material, dando vuelta las cartas que tenían la letra E y el número 7. Debemos mencionar que en la literatura actual abundan experiencias que desde el campo de la psicología experimental se han realizado sobre el condicional material y que reafirman el problema planteado por Wason.[6]

Tampoco queremos dejar de señalar cómo las observaciones realizadas al condicional material repercutieron en la idea misma de deducción tal como lo señalan Cohen & Nagel cuando en 1957[7] reformularon la llamada *paradoja de la inferencia* originada en Stuart Mill y que creemos interesante reproducir aquí: s*i en una inferencia deductiva la conclusión no está contenida en las premisas, entonces la inferencia no es válida. Y si la conclusión no es diferente de lo que afirman las premisas, la inferencia es inútil. Y entonces puesto que las premisas no pueden estar contenidas en la conclusión y al mismo tiempo aportar algo nuevo, en consecuencia no hay inferencias deductivamente válidas y que al mismo tiempo sean útiles.*

En los próximos capítulos se mostrará que también desde el seno mismo de la ciencia de la lógica clásica progresivamente se fueron creando nuevos formalismos para dar cuenta de dimensiones del len-

---

[6] Para mayor información en este tema consultar Johnson Laird & Wason, *A Theoretical Anasysis of Insight into a Reasoning Task*, 1970 y *Reasoning. Studies of Human Inference and its foundations*, ed. By E. Adler & Lance J. Rips,Cambridge, 2008

[7] *An Introduction to logic and scientific method.* Routdlege & Kegan Paul, London.

guaje natural no tomados en cuenta por la lógica clásica, tanto en relación con la formalización de conceptos filosóficos fundamentales como de aquellos cuyos fines tienden a dar cuenta de las expresiones y los argumentos de la lógica natural o de sentido común. Sin embargo, previo al tratamiento de esta temática, en el siguiente capítulo nos dedicaremos a esbozar los primeros sistemas que trataron de completar la lógica clásica en relación con el tema filosóficamente crucial de la caracterización de verdad necesaria y que actuó en cierta medida como condición de posibilidad para que las investigaciones lógicas se abrieran a caminos ampliativos o netamente diferenciados de las temáticas clásicas.

CAPÍTULO 2
Las primeras extensiones de la lógica clásica

2.1. La teoría referencial del significado

Dado que la teoría referencial del significado es la que subyace a la lógica clásica, se hace necesario comenzar este capítulo esbozando sus características fundamentales a fin de presentar luego las conocidas como *Semánticas de Kripke*.

Un modelo para el lenguaje de la lógica clásica estándar (i.e., lógica de orden uno sin identidad) es una dupla <U,ℑ>, en la que U es un conjunto cualquiera no vacío de elementos y ℑ una función que asigna (o refiere) a cada letra enunciativa un valor de verdad, a cada constante individual un elemento de U, a cada letra de predicado monádica un subconjunto de U y a cada letra de predicado n-ádica un subconjunto de n-tuplas ordenadas de elementos de U. La función ℑ asigna un significado (*meaning*) a cada símbolo descriptivo consistente en su referencia y de esta forma el significado se identifica con la referencia. Desde Frege en sus *Begriffsschrift* (1879), se acepta que este tipo de semántica satisface su *Principio de Composicionalidad semántica*, según el cual toda sentencia compleja es el resultado de un proceso recursivo de construcción sintáctica cuyas fórmulas componentes admiten siempre una interpretación semántica. En este principio se funda el llamado *Principio de Extensionalidad* que vale tanto para la lógica proposicional como para la de predicados, a saber:

Si $A \Leftrightarrow B$ entonces $\Phi \Leftrightarrow [B/A]\Phi$
Si $\forall x\, (Fx \Leftrightarrow Gx)$ entonces $\Phi \Leftrightarrow [G/F]\Phi$

Estos intuitivamente nos dicen que si dos proposiciones o dos predicados son (extensionalmente) equivalentes, entonces son inter-

cambiables entre sí *salva veritate*. De donde se sigue que (i) La referencia de una expresión compuesta es una función de la referencia de sus partes y (ii) Si dos expresiones tienen la misma referencia, entonces son intercambiables *salva veritate*.

Es sabido que en el dominio de la matemática y de otros extensionalmente equivalentes, la semántica estándar y la subyacente teoría de la referencia no ha planteado dificultades no superables. Sin embargo, la identificación del significado de una expresión lógica con su referencia ha conducido en determinados contextos a diversos tipos de dificultosos problemas como por ejemplo los generados por la sustitución de una expresión por otra cuando a pesar de tener la misma referencia tienen distinto *sentido*, tal como lo explicita Frege en *Sobre el sentido y la denotación*), a saber:

La estrella matutina es la estrella matutina y La estrella matutina es la estrella vespertina.

Juan cree que Cervantes es Cervantes y Juan cree que Cervantes es el autor del Quijote.

Estos ejemplos revelan claramente que en los contextos *oblicuos* o *intensionales* no se admite la intercambiabilidad *salva veritate*, lo cual conllevó necesariamente a la creación de un nuevo tipo de semánticas, conocidas hoy como semánticas intensionales. Ya en *Meaning and Necessity* (1947) Carnap había intentado un método para distinguir entre intensión y extensión de un término. Pese a ello, recién en la década de 1970 se logran construir semánticas *prima facie* aplicable al análisis de los lenguajes naturales. En de parágrafo siguiente expondremos las semánticas de Kripke ya que son éstas las que más influencia tuvieron para la interpretación de determinados enunciados del lenguaje natural, tal como los llamados condicionales contrafácticos.

2.2. La semántica de Kripke

A partir de 1963, con los trabajos de S.A. Kripke, se inaugura un nuevo tipo de semántica no sólo para los sistemas de C.I. Lewis, sino para cualquier sistema modal. En este tipo de semántica se comienza por definir un **modelo de Kripke** como una terna <M,ℜ,V>, en la que M es un conjunto de mundos posibles, m_1,m_2,m_3, son los elementos (o mundos) de M, ℜ es una relación llamada de **accesibilidad** entre

mundos (entre los elementos de M) y V una función valuación de fórmulas relativa a cada mundo m_i. Puesto que $\mathfrak{R}$ es una relación de orden entre mundos, las distintas propiedades de $\mathfrak{R}$ generarán distintos tipos de órdenes entre los mundos. En otras palabras, las propiedades de $\mathfrak{R}$ determinan el conjunto de mundos que son accesibles respecto de un mundo seleccionado m_i (el cual no tiene porqué ser el mundo actual). Para determinar si un enunciado A es necesario en un mundo m_i habrá que determinar si A es verdadero en todos los mundos m_j accesibles a m_i.

De lo hasta aquí expresado se sigue, por un lado, que los mundos posibles ya no están todos a la par respecto de su accesibilidad lógica, como lo postulaba Leibniz, y que la necesidad lógica de una proposición se da en términos de su verdad en los mundos accesibles. Así se llega a la siguiente definición de *proposición necesaria*: A es necesaria en m_i sii es verdadera en todo mundo m_j accesible a m_i. Sin embargo, pese a que esta condición de verdad para A es común a los sistemas T, S4 y S5, la diferencia entre ellos radica en el conjunto de mundos accesibles a un mundo dado. En otras palabras, los mundos accesibles respecto de un mundo es un subconjunto del conjunto de todos los mundos y será diferente según sean las propiedades de la relación $\mathfrak{R}$ de accesibilidad. Así, en el sistema T, el conjunto de mundos accesibles a $m_{i,}$ puesto que $\mathfrak{R}$ es reflexiva, está formado por los mundos que son accesibles a sí mismos. Dado que en S4, $\mathfrak{R}$ es reflexiva y transitiva, el conjunto de mundos accesibles a m_i está formado por los mundos que satisfacen tal propiedad de la relación. Finalmente, como en S5, la relación de accesibilidad $\mathfrak{R}$ es reflexiva, simétrica y transitiva, entonces todos los mundos son accesibles entre sí. De lo dicho no es difícil inferir:

(i) Que cada sistema modal define una necesidad lógica distinta y que los sistemas T-S5 pueden ordenarse según la necesidad lógica que en cada uno pueda expresarse, y

(ii) Que el sistema S5 es el que mejor parece representar la idea leibniziana de necesidad lógica, ya que en S5 todos los mundos están a la par respecto de la relación de accesibilidad.

Sin embargo no es difícil entender porqué S5 no refleja comple-

tamente la necesidad lógica ansiada por los filósofos. Lo que sucede es que en S5, al ser $\mathfrak{R}$ una relación de equivalencia[1], produce en el conjunto de mundos U una partición en clases de equivalencia en el sentido de que, dados dos mundos que pertenecen a una misma clase de equivalencia, siempre serán accesibles unos respectos de los otros, mientras que los mundos pertenecientes a clases de equivalencia distintas, nunca serán accesibles unos respecto de los otros. Por esta razón, en S5 los mundos que son accesibles entre ellos pertenecen a una misma clase de equivalencia, pero ellos no son los mundos que conforman el conjunto de todos los mundos posibles. Para cumplir con el requerimiento leibniziano de que los mundos a considerar para validar una proposición necesaria sean todos los mundos posibles, se hace necesario introducir la condición según la cual la clase de equivalencia debe ser una sola, es decir que todos los mundos del conjunto U pertenezcan a ella. Hintikka mostró (1963) que este requerimiento no afecta la satisfacibilidad de las fórmulas de S5 pero que, desde un punto de vista formal, hace que tal sistema se convierta en un sistema *ad-hoc*, y por lo tanto, poco fructífero para la lógica. Tal como lo mostraremos a continuación, las semánticas de Kripke abrieron la posibilidad de analizar ciertos conceptos de la lógica modal y de los enunciados del lenguaje natural desde una perspectiva no visualizada antes.

2.3. Consecuencias lógico-filosóficas de la concepción kripkeana

Es sabido que los primeros sistemas axiomáticos modales fueron los construidos por C. I. Lewis (1932) S2-S4 y S5 y que surgieron con el objeto de mostrar los límites del concepto de deducibilidad o consecuencia lógica sintáctica generada por la implicación material, y que carecieron de una semántica hasta el primer trabajo de Carnap basado en el concepto de *descripción de estado* y las creadas por el lógico contemporáneo S. Kripke en su trabajo *Semantical considerations modal logic*, a partir de la riquísima noción de *mundo posible*.

Es sabido que en el plano de la sintaxis la lógica modal tuvo por objetivo principal construir una caracterización del concepto metalingüístico de deducibilidad, en términos de una conectiva del lenguaje objeto, llamada *implicación estricta*, "$\Rightarrow$", definida en términos del

[1] Una relación R es una relación de equivalencia R sii es reflexiva, simétrica y transitiva.

operador modal primitivo de necesidad “”y las conectivas clásicas negación y condicional material. Simbólicamente:

$A \Rightarrow B =_{def} \Box(A \rightarrow B)$

Sobre esta base C. I. Lewis construyó los cinco sistemas sintácticos S1, S2, S3, S4 y S5, conocidos hoy como T (el cual sintetiza los tres primeros), S4 y S5 y cuya caracterización está dada por un conjunto de axiomas correspondientes. A nuestros propósitos daremos sólo el axioma característico correspondiente a cada uno de ellos.

Axioma característico de T: $\Box A \rightarrow A$
Axioma característico de S4: $\Box A \rightarrow \Box\Box A$
Axioma característico de S5: $\Diamond A \rightarrow \Box \Diamond A$

La primera interpretación semántica de los sistemas de C.I. Lewis, en particular la de su sistema S5 fue dada por Carnap (1947), retomando la idea leibniziana de caracterizar la noción de proposición lógicamente necesaria, inspirándose en Wittgenstein, según su propio reconocimiento. Para Carnap, una proposición es lógicamente necesaria en un lenguaje S1, si es L-verdadera en S1; una proposición es L-verdadera en S1 si es verdadera en toda descripción de estado y finalmente, *una descripción de estado* en S1 es una clase de sentencias de S1 que contiene para cada sentencia atómica o bien a ella misma o bien a su negación. Según las propias palabras de Carnap, el concepto de *descripción de estado* brinda una descripción de un posible estado del universo de individuos respecto a todas las propiedades y relaciones expresadas por los predicados del sistema. El mismo Carnap postula que este concepto representa la idea leibniziana de *mundo posible* y la de *estado-de-cosas* de Wittgenstein y que su noción de L-verdadero (lógicamente verdadero) es el *explicatum* de la noción de verdad necesaria de Leibniz. Si se reformula la semántica de Carnap en términos de funciones de valuación, es adecuado llamar *modelo modal carnapiano* (BULL & SEGERBERG, 1984) a una dupla <U,V>, donde U es un conjunto de descripciones de estado (o mundos posibles) y V una función que asigna a cada proposición atómica *p* y descripción de estado m_i, un valor de verdad $V(p,m_i)$. También es

sencillo mostrar que esta semántica hace verdaderos los axiomas característicos del sistema S5 de C.I Lewis y que una proposición p es necesaria (o lógicamente verdadera) en una descripción de estado m_i, si y solo si para toda descripción de estado m_j, p es verdadera en m_j.

Creemos interesante hacer notar en primer lugar la coincidencia entre Leibniz y Carnap respecto de que los mundos posibles a tener en cuenta para validar una proposición necesaria deben ser **todos** y sin restricciones de ningún tipo, a excepción de la consistencia; y en segundo lugar que es el sistema modal de Carnap el que articula por primera vez el desarrollo sintáctico de los sistemas de C.I. Lewis con la noción de mundo posible de Leibniz. Seguramente Carnap ni siquiera alcanzó a sospechar que con tal articulación se iniciaba el camino que haría abandonar para siempre la sentencia Wittgensteniana: *la verdad necesaria es una sola*.

Sin embargo, tal como lo señala Quine (Orayen, 1995) la presentación carnapiana de necesidad lógica vincula a ésta última con el clásico concepto de analiticidad y por ello no resuelve en forma satisfactoria el problema de la caracterización de la necesidad lógica. Este problema halla una respuesta satisfactoria recién con las semánticas propuestas por S. Kripke (1972, 1980) ya aludidas de las cuales debe recordarse que ellas hacen referencia a conceptos de necesidad metafísica que se diferencian entre sí por satisfacer propiedades distintas.[2]A pesar de la importancia lógica y filosófica de distinguir entre diversos tipos de necesidad lógica según el concepto de necesidad metafísica que cada una involucra y dado que en los trabajos de la psicología experimental ellas no han sido tomadas en cuenta, a nuestro propósito alcanza con la caracterización de proposición necesaria más débil expuesta por Kripke en el sistema T como aquella que es verdadera en el mundo actual y en todo otro mundo posible accesible al mundo actual.

2.4 El concepto de necesidad en la lógica natural

De los artículos de R. Ricco, *Necessity and the Logic of Entailment* y el de F. Murray *The conversión of Truth into Necessity*, (1990) hemos extraído algunos resultados respecto de la constitución en la lógica

[2] Una versión sencilla de las semánticas de mundos posibles puede consultarse en el capítulo “Condicionales y mundos posibles” del libro de G.Palau y col., *Lógicas condicionales y razonamiento de sentido común*, pp.47-74.

natural de los operadores modales de *Necesidad* y *Posibilidad* lógica, los cuales ya hemos caracterizado en términos lógicos mediante los axiomas correspondientes de T, S4 y S5 en el parágrafo anterior.

Como el título del trabajo mencionado lo sugiere, para Ricco, el concepto de necesidad se genera en el niño a partir del concepto verdad, en el sentido de que, tanto los niños como los adultos pasan un momento en el cual perciben que ciertas formas cognitivas que han adquirido no pueden ser nunca falsas sino que siempre serán verdaderas. Por ejemplo, hay un momento en que el niño se da cuenta que 2+5 es igual a 7 y que no puede ser de otra manera y que tampoco puede darse que si A es igual a B y B es igual a C, que A no sea igual a C. De ahí que el lazo entre las operaciones formales y la noción de necesidad quede virtualmente garantizado a partir de la competencia lógica que se logra en la adolescencia respecto de las operaciones formales deductivas, tal como queda evidenciado en el proceso de la enseñanza/aprendizaje del silogismo categórico aristotélico, el cual constituye el mejor instrumento para comprender que la validez de un argumento depende necesariamente de su forma lógica y que su invalidez se prueba únicamente encontrando un contraejemplo de la misma forma silogística que tenga premisas verdaderas y conclusión falsa. En otras palabras, que refutar un argumento significa encontrar un contraejemplo. Finalmente, si nos preguntáramos cuál de los conceptos de necesidad lógica mencionados de los sistemas T-S5 corresponde al resultado de la experiencia relatada responderíamos que es el concepto de necesidad del sistema T. Sin embargo, a medida que aumenta la capacidad de abstracción de un adulto éste puede imaginar una gran variedad de mundos posibles, aún con distintos individuos y distintas propiedades. Pese a ello, nuestra experiencia docente nos ha mostrado que aún a los adultos les cuesta concebir un mundo contradictorio o aunque sí alcanzan a concebir un mundo absurdo, pero con un concepto muy distinto del absurdo de la lógica.

Dedicaremos los próximos capítulos a mostrar y analizar distintas clases de lógicas que a partir de la lógica clásica misma se desarrollaron con la finalidad de ampliar su aplicación a otros contextos de lenguaje, y/o para dar cuenta de la lógica natural involucrada en los argumentos que los hablantes esgrimen cotidianamente, llamados generalmente *argumentos de sentido común.*

CAPÍTULO 3
Otras lógicas

3.1. Lógicas divergentes

La lógica de la Relevancia creada en los años 1950 y a la que ya hemos hecho referencia en 1.2. no fue la única que intentó brindar una caracterización más adecuada de la lógica involucrada en el lenguaje natural, pero tal como lo mostramos resultó insuficiente. Aparecieron luego otras lógicas con el objetivo de ampliar la formalización del lenguaje natural tales como la lógica trivalente del lógico polaco Lukasiewicz; la lógica sin sentido de Boschvar; las tetravalentes de Kleene, la lógica difusa; las lógicas paraconsistentes; las lógicas híbridas; las multivalentes; las lógicas subestructurales, todas ellas con la finalidad de dar cuenta de los aspectos del lenguaje para los cuales la lógica clásica resultaba ineficiente o inadecuada. Dado que está fuera de nuestro alcance y de nuestro propósito dedicarnos a todas ellas, nos limitaremos a brindar una clasificación de las mismas según sus propiedades más representativas.

En primer lugar debemos mencionar las llamadas *extensiones*[1] de la lógica clásica, las cuales se caracterizan por agregar a la lógica clásica nuevo vocabulario y nuevas reglas de inferencia para los nuevos operadores lógicos de tal forma que el conjunto de las fórmulas e inferencias válidas, de ahora en más "(fbf/iivv)" de la lógica clásica queda propiamente incluido en el (fbf/iivv) de la lógica complementaria o suplementaria. Ejemplo de éstas -entre muchas otras- son la

---

[1] Para una explicación más detallada en español del criterio para clasificar las distintas lógicas llamado generalmente "criterio de divergencia lógica" se recomienda el texto de G.Palau, *Introducción filosófica a las lógicas no clásicas*, Gedisa, 2002, Barcelona.

lógica de orden superior, las lógicas de las modalidadades deónticas (*obligatorio-permitido -prohibido*) y temporales (presente, pasado y fututo) y las lógicas de las modalidades aléticas (*necesario - posible- imposible*) caracterizadas en los sistemas S1-S5 de la lógica modal de I. Lewis y a las que ya hemos hecho referencia en el capítulo anterior.

El segundo grupo está formado por las llamadas lógicas *divergentes*, las cuales se caracterizan por diferir respecto de la lógica clásica en el vocabulario lógico y en el conjunto de inferencias válidas, pero de manera tal que el conjunto de las fórmulas bien formadas e inferencias válidas (fbf/iivv) de una lógica divergente es menor que el conjunto (fbf/iivv) de la lógica clásica. La lógica de la Relevancia de Anderson y Belnap ya presentada es una lógica divergente. También lo son la lógica intuicionista de Brouwer y Heyting, las lógicas plurivalentes de Lukasiewicz, la lógica paraconsistente de N.A. da Costa, entre otras varias. Por ejemplo, como ya mostramos en el capítulo 1, la Lógica de la Relevancia, de acuerdo al principio de *Comunidad de variables* rechaza principios de la lógica clásica tales como la regla de Adición, i.e, $A \vdash A \vee B$. Desde otra perpectiva, la lógica sostenida por el intuicionismo matemático de Brouwer y Heyting rechaza *prima facie* la doble negación clásica, i.e., $\neg\neg A \Leftrightarrow A$, aceptando solamente $A \rightarrow \neg\neg A$, lo cual conlleva necesariamente a rechazar el Principio de Tercero Excluido $A \vee \neg A$ y el Silogismo Disyuntivo; las lógicas trivalentes de Lukasiewicz además de rechazar el principio de Tercero Excluido y el principio de No-contradicción, también rechazan la Ley de Peirce $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$ y el *Modus Ponens*. En síntesis, en todas estas lógicas no constituyen teoremas ciertas verdades lógicas que sí lo son en la lógica clásica, y carecen de reglas de inferencia que la lógica clásica posee. Por ejemplo, en la lógica de la Relevancia de Anderson y Belnap no es admitida como regla la llamada en lógica clásica *Falacia Positiva* $A \vdash B \rightarrow A$; en varias lógicas paraconsistentes no se admite la doble negación clásica $\neg\neg A \vdash A$ y en las lógicas plurivalentes, tales como la trivalente de Lukasiewicz no son reglas válidas ni la Ley de Peirce $((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A$, ni el Principio de no Contradicción $\neg(A \wedge \neg A)$ ni el Tercero Excluido $(A \vee \neg A)$. Más aún, en estas lógicas el conjunto de reglas de inferencia es distinto del conjunto de verdades lógicas tal como lo muestra el hecho de que en la lógica trivalente de Lukasiewicz el *Modus Ponens* no es una ley lógica pero sí es aceptado

como regla de inferencia. De ahí que a estas lógicas se las denomine generalmente *lógicas divergentes.*[2]

Existe otro grupo de lógicas que difieren de la lógica clásica conocidas como *lógicas no monótonas*, y llamadas así porque, a diferencia de las lógicas divergentes, difieren de la lógica clásica en la propia operación de consecuencia lógica porque en ellas no se satisface la propiedad de monotonía propia de los argumentos deductivos, la cual en lenguaje objeto está representada por la regla conocida como *Refuerzo del Antecedente* (RA), i.e., $A \rightarrow B \vdash (A \wedge C) \rightarrow B$. De ahí que, por razones diferentes de las lógicas divergentes y que mostraremos más adelante, el conjunto de inferencias válidas de una lógica no monótona es mayor que el de la lógica clásica, aunque su noción de consecuencia sea más débil. En síntesis, mientras que las lógicas divergentes pueden disentir en la aceptación o rechazo de determinadas reglas de inferencia pero pese a ello poseer una noción de consecuencia clásica, las lógicas no monótonas necesariamente deben rechazar RA puesto que esta regla refleja en el lenguaje objeto la propiedad de Monotonía de la noción de consecuencia lógica clásica.

Por las razones expuestas, en el presente capítulo nos dedicaremos a presentar solamente las lógicas que se propusieron como objetivo precisamente analizar los enunciados condicionales del lenguaje natural y que al mismo tiempo obraron como puente necesario para la construcción de las lógicas no monótonas.

3.2. El test de Ramsey

En 1931 R. B. Braithwhite edita los trabajos de Frank P. Ramsey[3] y en ellos aventura ciertas ideas acerca de la naturaleza de la lógica y en particular de cómo evaluar los enunciados hipotéticos, actualmente denominados *enunciados condicionales*. Sus ideas tomaron vigencia recién en 1946 con los trabajos de R. Chisholm y de N. Goodman acerca de la conexión entre las leyes científicas y los enunciados condicionales. En efecto, es precisamente una referencia incompleta de

[2] Para una presentación didáctica de estas lógicas se recomienda el texto de G..Palau ,Gedisa, 2002. *Introducción filosófica a las lógicas no clásicas*, cap. 4,5 y 6

[3] *The Foundations of Mathematics and other Logical Esseias,* caps. *Truth and Probability* y *General Proposition and Causality*.

Chisholm a una nota que apareció al pie de la página 247 del artículo de Ramsey, *General Proposition and Causality*, la que originó el hoy conocido como *Test de Ramsey* (TR), el cual reza:

Si dos personas están discutiendo acerca de "Si p entonces q" y ambas están en duda frente a "p", entonces están añadiendo hipotéticamente "p" a su conjunto de conocimiento y argumentando sobre esa base acerca de "q"; de tal forma que, en un sentido, "Si p, q" y "Si p, ¬ q", son contradictorios. Podemos decir que ellas están_ajustando sus grados de creencia en q dado p. Si p resulta ser falso, estos grados de creencia se vuelven nulos. (...) (1931, p. 247, nota a pie)

A continuación completa su idea afirmando (...) *En general podemos afirmar junto con Mill, que la afirmación "Si p entonces q" significa "q es inferible a partir de p", es, por supuesto, a partir de p junto con ciertos hechos y leyes no afirmados pero de cierta forma indicados por el contexto. Esto significa que p→q se sigue de estos hechos y leyes* (...) (1931, p.248)

De los párrafos citados, según nuestra opinión, se infieren al menos, las siguientes dos condiciones esenciales:

(i) La evaluación de un enunciado condicional debe darse en términos del grado de creencia en el consecuente, dado el antecedente.

(ii) La expresión si *p entonces q* debe entenderse como significando *q se deduce de p* en conjunción con un conjunto Γ de creencias (hechos o leyes) fijado por el contexto.

La condición (i) especialmente reafirma el carácter epistemológico sostenido por Ramsey en *Truth and Probability* acerca de que la lógica del pensamiento humano no es la lógica formal clásica, sino que incluso puede llegar a diferenciarse de ella. En otras palabras, Para Ramsey la lógica de sentido común no es un conjunto de verdades necesarias sino que ella debe ocuparse de los conocimientos probables o creencias de los hablantes y por lo tanto no es analizable por la lógica clásica.

3.3. Condicionales contrafácticos y mundos posibles

Previamente a reseñar las semánticas para los condicionales contrafácticos basadas en la noción de mundo posible, creemos importante esbozar la propuesta de Chisholm, en *The Contrary to fact*

Conditionals y Goodman en *The Problem of Counterfactual Conditionals* conocida hoy como *Teoría de la Derivabilidad.* En ellas se establecen las condiciones de verdad para un condicional contrafáctico de la siguiente manera: *un enunciado condicional A es verdadero si y solo si el antecedente en unión con un conjunto de leyes y condiciones iniciales* Γ *implican lógicamente al consecuente*, pero exigiendo además que entre los enunciados de Γno haya ninguno que derrote al consecuente. O sea:

A entonces B *es verdadero si y sólo si B es derivable a partir de A junto con el conjunto de todas las leyes físicas y todas las proposiciones verdaderas* cosostenibles *con A.*

Obviamente el problema que esta estrategia presenta es cómo seleccionar el conjunto de todas las proposiciones verdaderas que sean cosostenibles en conjunción con el antecedente A de forma tal que ninguna de ellas implique contrafácticamente la negación de *A.*

A fin de solucionar este problema R. Stalnaker en su trabajo *A Theory of Conditionals* (1968) construye otra teoría para los enunciados condicionales a partir de una sugerencia de Ramsey, el ya mencionado TR, que reza:

Primero, agregue (hipotéticamente) el antecedente a su stock de creencias; segundo, realice los ajustes requeridos para conservar la consistencia (sin modificar la creencia hipotética en el antecedente); finalmente, considere si el consecuente resulta verdadero o no.

A partir de la estrategia involucrada en el Test de Ramsey y transformando las *condiciones de creencia* en *condiciones de verdad* Stalnaker crea el sistema C2 en tanto extensión de la lógica modal clásica, y en el cual introduce una nueva conectiva condicional ">" para representar cualquier tipo de condicional no clásico, en especial los condicionales contrafácticos. Las semánticas de estos sistemas se basan en la semántica de Kripke pero reemplazando el concepto de mundo posible por el de *stock* de creencias hipotéticas y la relación entre mundos posibles es representada como una relación de "accesibilidad" entre mundos, lo cual posibilita reformular las condiciones de verdad para los enunciados condicionales de la siguiente forma:

A>B es V en k_i si B es V en $f(A, k_i)$ y
A>B es F en k_i si B es falsa en $f(A, k_i)$

Donde "*f*" representa la función que selecciona en el dominio de todos los mundos posibles aquellos en los que el antecedente es verdadero.

Lo que a nuestro propósito interesa destacar es que la conectiva ">" es caracterizada formalmente como intermedia entre el condicional estricto de la lógica modal y el condicional material, de forma que cuando el antecedente A del enunciado A>B es verdadero en el mundo actual k_i, el condicional se reduce a un condicional material y, cuando el antecedente es falso en el mundo actual k_i, puede darse o bien que el consecuente del condicional resulte verdadero en el mundo seleccionado kj, en cuyo caso el enunciado condicional A>B es verdadero en el mundo actual k_i; o bien que el consecuente del enunciado condicional sea falso en el mundo seleccionado k_j y el enunciado A>B sea falso en el mundo actual $k_{i.}$. El lector ya se habrá dado cuenta de las dificultades que plantea la función de selección ya que ésta debe seleccionar el mundo más parecido al actual entre todos los mundos accesibles en los que el antecedente es verdadero, problemática ésta que reproduce de forma distinta la objeción que se le hiciera a la teoría de N. Goodman.

A fin de construir una semántica más adecuada, David Lewis en su libro Counterfactuals de 1953 propone otro sistema conocido hoy como VC y cuya semántica parece prima facie más adecuada para el análisis de los condicionales contrafácticos. Esta también se basa en la noción de mundo posible y en el conjunto de todos los mundos posibles accesibles a ese mundo, los cuales conforman para cada mundo posible una esfera de accesibilidad conformada por todos los mundos que son accesibles a él. Dado que no es nuestro propósito describir aquí su complejo sistema, al lector interesado lo remitimos al parágrafo 3.2.2 del libro Lógicas condicionales y razonamiento de sentido común de G. Palau y colaboradores (2004).

Desde la sintaxis estimamos que el trabajo fundamental realizado para el ordenamiento de los sistemas de lógica condicional es el escrito por H. Arló Costa y S. Shapiro titulado *Maps between nonmonotonic and Conditioals Logic* del cual pasaremos a brindar los aspectos imprescindibles para la comprensión de este tema.

Siguiendo a esos autores en la actualidad las lógicas condicionales "normales" poseen las siguientes propiedades: 1) Satisfacen el llamado *Modus Ponens Condicional* , i.e., (A > B) → (A→B) y 2) la rela-

ción de deducibilidad involucrada en estos condicionales satisface la propiedad de *Monotonía*, i.e., Si Γ □ A entonces $\Gamma \cup \{B\}$ □ Δ, razón por la cual todas ellas constituyen lógicas deductivas.

Sin embargo, también queda claro que existen ejemplos en el lenguaje natural que tal como ya lo afirmamos no satisfacen la regla llamada *Refuerzo del Antecedente*, i.e. $A \rightarrow B / (A \wedge C)$ □ B pero que además en ellos también falla nada más y nada menos que la regla *Modus Ponens*, tal como lo evidencia el siguiente ejemplo:

(i) *Si Peter es un cuervo entonces Peter es negro.*
(ii) *Peter es un cuervo*
(iii) *Peter es alvino.*
Luego, (iv) *Peter no es negro.*

De los cuales se deprende que si se hace valer el MP para el signo > en conjunción con (i) y (ii) se llegaría a la conclusión de que Peter es negro, lo cual genera una inconsistencia con la información dada en (iii) y que a su vez origina una contradicción entre la conclusión por *Modus Pones* de (i) y (ii).

El intento de solucionar este tipo de problemas originó varios sistemas de lógica condicional, entre los que se debe mencionar el sistema NP de J. Delgrande (1987), el de R. Stalnaker expuesto en su artículo de 1975 *A Theory of conditionals*, y el de D. Lewis expuesto en su libro *Counterfactuals* de 1973, cuya semántica se basa en la teoría de mundos posibles de Kripke. La característica principal de estos sistemas reside en que ellos no validan todas las reglas del condicional material. En efecto, sus semánticas no satisfacen en el lenguaje objeto las siguientes propiedades:

RA $(A > B) \rightarrow ((A \wedge C) > B)$
TR $((A > B) \wedge (B > C)) \rightarrow (A > C)$
CT $(A > \neg B) \rightarrow (B > \neg A)$

El hecho de que la regla *Refuerzo del Antecedente* (RA) no se satisfaga para la conectiva ">" del lenguaje objeto, hace que ésta sea considerada una conectiva "derrotable". Sin embargo se debe hacer notar que ello no afecta la noción de consecuencia de las lógicas con-

dicionales ya que ésta sigue siendo monótona, como puede notarse claramente en la siguiente sucesión de condicionales contrafácticos, ya clásicos en la literatura:

1. Si hubiera tenido dinero habría tenido una vida feliz.
2. Si hubiera tenido dinero pero me hubiera enfermado, habría tenido una vida feliz.
3. Si hubiera tenido dinero, me hubiera enfermado pero me hubiera curado sería feliz.
4. Si hubiera tenido dinero, me hubiera enfermado, me hubiera curado y se hubiera muerto mi hermano, sería feliz.
5. Etc…

Dado que en los ejemplos dados claramente se afirman que los antecedentes son falsos, de acuerdo al condicional material todos resultarían verdaderos. Sin embargo el sentido común nos dice que 1) , 3) podrían ser verdaderos mientras que 2) y 4) serían probablemente considerados falsos. De estos ejemplos se desprende entonces que la regla *Refuerzo del Antecedente* (RA) no siempre preserva la verdad en oraciones formuladas en modo subjuntivo, las cuales en lógica generalmente se las identifica con los condicionales contrafácticos.

Finalizaremos este parágrafo con algunas observaciones respecto de ciertos condicionales contrafácticos, en particular los contrafácticos con antecedentes imposibles y con antecedentes disyuntivos. En efecto, en ambas teorías los contrafácticos con antecedente imposibles resultan vacuamente verdaderos y los contrafácticos con antecedentes verdaderos se reducen a meros condicionales materiales ya que éstos se deben a un uso inadecuado del modo subjuntivo. Por ejemplo, los enunciados contrafácticos *Si este cuadrado hubiera sido redondo no pertenecería a la geometría euclidiana* y *Si este triángulo hubiera sido un cuadrado no tendría tres lados* efectivamente resultan vacuamente verdaderos. Además, si se toman en cuenta enunciados cuyos antecedentes son físicamente imposibles, surge otro tipo de dificultades (G. Palau, 1980), como por ejemplo:

(i) *Si Urano y Neptuno no hubieran estado sujetos a la gravedad, Leverrier no habría descubierto a Neptuno a partir de las irregularida-*

des de la órbita de Urano.

(ii) *Si la órbita de Marte hubiera sido circular, Kepler no habría encontrado una diferencia entre sus cálculos y las observaciones.*

Es obvio que tanto el ejemplo (i) como el (ii) son contrafácticos con antecedentes físicamente imposibles, ya que ambos antecedentes niegan lo que una ley física afirma. Sin embargo (i) es decididamente falso dado que Neptuno fue descubierto precisamente a partir de irregularidades en la órbita de Urano. Por el contrario (ii) es verdadero, puesto que Kepler encontró la diferencia entre observación y cálculos sólo porque la órbita no era circular ya que si hubiera sido circular, tal diferencia no habría existido. Aún hoy se encuentra en debate el problema de a qué condiciones de verdad deberían responder los contrafácticos cuyo antecedente está formado por la negación de una ley natural, los cuales, paradójicamente, resultan ser los "más contrafácticos de todos".

3.4. Los condicionales de la lógica de sentido común

Puede parecer extraño pero la problemática acerca de cuáles son las propiedades esenciales que caracterizan a los enunciados usados en el lenguaje natural o en el llamado "conocimiento de sentido común" no surgió del seno de la lógica misma sino de una que podríamos llamar "prima hermana", es decir de la hoy conocida con el nombre de *Inteligencia Artificial* (IA) la cual surgió con la idea de poder incorporar a un robot instrumentos para que de alguna manera pudiera "pensar" como un ser humano, es decir con formas de razonamiento similares a las del "sentido común" que usan cotidianamente los seres humanos. Daremos a continuación el ejemplo típico que se da en la literatura a fin de centrar el problema.

Supongamos que José tiene vacaciones a partir del primer día del mes de Enero y desea pasarlas en México pero quiere viajar a ese país recién el 4 del mismo mes obviamente en avión. Para ello consulta la base de datos que contiene los vuelos hacia México ese día y se encuentra que no hay ningún vuelo directo en esa fecha en ninguna compañía. Dado que supone que la base de datos que contiene los vuelos hacia ese país es completa, concluye que no hay un vuelo hacia México ese día. El lector se dará cuenta de que la vera-

cidad de la conclusión de José depende de que la base de datos que contiene los vuelos a México sea completa, i.e., que en ella figuran **todos** los vuelos hacia la ciudad de México del día determinado. La inferencia realizada por José es por ello no monótona, dado que bien podría suceder que la base de datos fuera incompleta, es decir que no incluyera todos los vuelos de ese día para México. En la literatura sobre el tema esta teoría es conocida bajo el nombre de *Hipótesis del mundo cerrado* y fue propuesta por primera vez por R. Reiter en 1978. El lector habrá seguramente advertido que la conclusión de José se debió a una ausencia de información en contrario y por ello pudo concluir "derrotablemente" que el vuelo que buscaba no existía. Reiter soluciona este tipo de argumentaciones introduciendo las reglas conocidas bajo el nombre de *reglas por defecto* de las que nosotros no nos ocuparemos aquí. Posteriormente y siempre dentro del ámbito de la IA se agregaron otros formalismos para tratar este tipo de condicionales derrotables, entre las que se destaca el formalismo denominado por McCarthy en 1980, conocido por el nombre de *Circunscripción* [4]. A nuestro propósito, interesa destacar que en 1987, Yoav Shoham construye el primer marco teórico unificado para dar cuenta de estos formalismos no monótonos convirtiéndose de esta manera en el puntapié inicial para el desarrollo de la lógica no monótona, i.e., una lógica que permitiera dar cuenta de los condicionales derrotables, i.e., que no satisficieran la regla RA.

Retomaremos esa noción de consecuencia en el capítulo siguiente, ya que en el próximo parágrafo mostraremos cómo la lógica de los condicionales derrotables permitió abordar desde el plano de la lógica el análisis de ciertas normas jurídicas que antes eran inabordables.

3.5. La Lógica de normas y derrotabilidad

Carlos Alchourrón en sus trabajos de 1994 y 1996 presenta un sistema lógico para dar cuenta de las normas jurídicas condicionales, nombrado por la sigla DFT. (DF por *defeasible* y T por ser este sistema una extensión del sistema modal T de C.I. Lewis. A tal fin, siguiendo estrategias de Stalnaker, Hanson y Åqvist y tomando como base el

[4] Nuevamente para una exposición de estas teorías remitimos al lector al capítulo 4 del libro ya citado *Lógicas condicionales y razonamiento de sentido común.*

sistema modal S5 de C.I Lewis, introduce en el lenguaje lógico como constante propia un operador de función f, que le permite definir al condicional derrotable A>B mediante un condicional estricto restringido, a saber:

$$A>B =_{def} (fA \Rightarrow B)$$

El operador f se lee "A y sus supuestos" y refleja en el lenguaje objeto del sistema DFT la función "choice" o "elección" del metalenguaje que selecciona los supuestos (o *condiciones contribuyentes*) del antecedente, las que, conjuntamente con el antecedente A, implican estrictamente al consecuente B.

Un modelo DFT es una terna $<W,\|\ \|,Ch^{\alpha}>$ en la que W es un conjunto de circunstancias (mundos) y no necesariamente el conjunto de todas las circunstancias; $\|$ es una función valuación para las sentencias de DFT y Ch^{α} es una función selección que hace corresponder a cada sentencia A del lenguaje el subconjunto de W llamado $Ch^{\alpha}(A)$, el cual está formado por el conjunto de circunstancias en las cuales el enunciado A y sus supuestos es verdadero respecto del agente α. Dado que es teorema en DFT la fórmula $A>B \Leftrightarrow (fA \Rightarrow B)$, resulta que por definición del condicional estricto $\Rightarrow$, será también teorema $A>B \Leftrightarrow \Box(fA \rightarrow B)$, el cual muestra claramente que en la lógica de Alchourrón, la definición del condicional derrotable involucra algún tipo de necesidad representada por el $\Box$. Más aún, en forma similar a D. Lewis define (1994) la noción de enunciado necesario en términos de un condicional derrotable: $\Box\forall =^{def} (\neg A > \bot)$. Sin embargo, tal como lo mostraremos en el parágrafo siguiente, $\Box A$ no representa la modalidad clásica de necesidad. Por último, resulta interesante hacer notar que, aún con semánticas distintas y tal como lo afirma el mismo Alchourrón (1994), el sistema DFT coincide con uno de los V-sistemas de Lewis, en particular el VTA caracterizado por el hecho de no poseer al *Modus Ponens* como regla de inferencia, propiedad que según Alchourrón diferencia los condicionales derrotables de los condicionales contrafácticos.

Ya hemos visto de qué forma es posible definir la noción de $\Box A$ en términos del condicional contrafáctico *would* en la lógica de David Lewis y en términos del condicional derrotable en la lógica de C. Al-

chourrón. También hemos visto que para D. Lewis el operador modal $\Box$ puede significar distintos tipos de necesidad y que la necesidad lógica estándar (*outer necessity*) no es expresable en su sistema VC, a menos que se imponga en su semántica que la unión de todas las esferas de accesibilidad ($U\$_i$) sea el conjunto de todos los mundos posibles. En otras palabras, si $U\$_i$ no es el conjunto de todos los mundos posibles, entonces $\Box$ no puede referirse a la necesidad lógica. Cabe preguntarse entonces qué tipo de necesidad está implícita en el operador contrafáctico *would*, el cual, pese a ser una constante primitiva en su sistema, se propone dar cuenta de aquellos contrafácticos que parecen aludir a algún tipo de necesidad entre antecedente y consecuente y de allí el simbolismo utilizado "$\Box\rightarrow$". D. Lewis propone una lectura para el operador $\Box$ que puede iluminar nuestro interrogante y que es la siguiente: *It would be the case, no matter what, that...*, cuya aproximada traducción al español sería: *Pase lo que pase, se va a dar el caso que*. D. Lewis argumenta a favor de esta lectura en el hecho de que si $\Box B$ es un enunciado verdadero en un mundo i, entonces el enunciado contrafáctico $A\Box\rightarrow B$ es verdadero en el mundo i para cualquier antecedente A. En otras palabras, $\Box B$ significa que el enunciado B es verdadero en un mundo i pase lo que pase en el mundo i. En suma, B es un hecho necesario y el operador $\Box$ parece referirse a una necesidad respecto de los hechos, o por más extraño que parezca a una "necesidad contingente". Estos comentarios filosóficos ayudan a comprender mejor algunas peculiaridades formales de los condicionales contrafácticos como por ejemplo la imposibilidad de definirlos a partir de un condicional estricto clásico, que el condicional estricto estándar $\Rightarrow$ definido como $\Box(A\rightarrow B)$ implique al contrafáctico $A\Box\rightarrow B$ y no a la inversa (ya que $A\Box\rightarrow B$ puede ser verdadero y $\Box(A\rightarrow B)$ ser falso) y que $\Box A$ se lea como *Cualquiera sea lo que pase en el mundo i, el enunciado A será verdadero en i.*

Si bien Alchourrón admite que el operador modal $\Box$ puede referirse a distintas clases de necesidad, en su sistema se obtienen resultados que llevan a pensar que su sistema caracteriza a la necesidad lógica. En efecto, en DFT ya vimos que $(A>B)=_{def}\Box(fA\rightarrow B)$. Por teoremas de S5 sale también que es teorema en DFT la fórmula $(A>B)\Leftrightarrow\Box(fA\rightarrow B)$ y también que es teorema la fórmula$(A>B)\rightarrow\Box(A>B)$, la cual parece expresar que un condicional derrotable nunca es contingente, en contra

de la idea intuitiva de que un condicional derrotable debería serlo. Sin embargo, afirma Alchourrón, los condicionales derrotables aluden a una "contingencia lógica" y por ello el significado del operador $\Box$no corresponde a la necesidad lógica clásica y esta no es expresable en su sistema. En síntesis, el operador modal $\Box$hace referencia a una "necesidad fáctica" según la cual el enunciado $\Box$A significa *A es verdadero en toda circunstancia respecto de la realidad actual y de un agente* α.

Para evitar resultados no gratos en su teoría Alchourrón cambia el concepto de necesidad expresada por el operador modal $\Box$, el cual induce ahora a pensar que un enunciado es necesario sólo cuando el enunciado A es verdadero en cualquier circunstancia del mundo actual respecto de cualquier agente α. Por otra parte, si quisiéramos adoptar esta definición como adecuada para la noción de necesidad lógica, se debería también alterar la definición de mundo posible y definir *mundo posible* como el conjunto de todas las circunstancias posibles de la realidad actual respecto de un agente determinado. Reconocemos que esta visión, si bien podría resultar adoptada sin inconveniente alguno por los lógicos contemporáneos como una de las interpretaciones admisibles para este concepto, resultaría seguramente rechazada por la gran mayoría de los filósofos, los cuales seguirían exigiendo de los lógicos una respuesta al viejo problema de la necesidad lógica.

Por el contrario nuestra opción será introducirnos en el análisis de los argumentos de sentido común, i.e. aquellos que nos involucran cotidianamente y que nos conducirá al ámbito de la lógica no-monótona, cuya noción de consecuencia lógica analizaremos en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 4
Nociones de consecuancia lógica

4.1. La noción de consecuencia de la lógica clásica

Es posible sostener que ya en Aristóteles se encontraba al menos en germen el concepto de inferencia válida. Ya en otro momento sostuvimos que el análisis aristotélico de silogismo como ejemplo paradigmático de inferencia válida, y la construcción misma de la silogística en tanto teoría deductiva permiten conjeturar que Aristóteles poseía una idea de validez y de deducción pensadas siempre desde el plano semántico, no explicitada, pero que coincide con las caracterización de validez dada por la lógica actual, y que por ello puede ser considerada como génesis histórica de las nociones contemporáneas de deducibilidad y consecuencia lógica semántica, la cual es sabido fue elucidada por los lógicos medievales pero sin haber logrado una clara distinción entre el hoy llamado *condicional material* y la noción de *consequentiae*, distinción ésta que se aclara definitivamente con el surgimiento de la lógica moderna.

En efecto, en la literatura lógica actual se acepta que el condicional material $\rightarrow$ refleja en el lenguaje objeto las propiedades de la noción metalingüística de consecuencia lógica tanto en sus aspectos sintácticos como semánticos. Así, si una fórmula B es una consecuencia lógica de otra fórmula A, o sea $A \vdash B$, entonces en el lenguaje objeto la fórmula $A \rightarrow B$ será una verdad lógica, i.e., $\vdash A \rightarrow B$, y viceversa. De la misma forma, si una fórmula B se deduce de otra fórmula A, o sea $A \vdash B$, entonces en el lenguaje objeto la fórmula $A \rightarrow B$ será un teorema, i.e., $\vdash A \rightarrow B$, y viceversa. De ahí que las propiedades del condicional material reflejen a su vez las propiedades de la relación de consecuencia lógica. En particular, es sabido que el condicional material también satisface las propiedades de *Refuerzo del Antece-*

dente $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \wedge C) \rightarrow B)$, *Contraposición* $(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$ y *Transitividad* $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$, las cuales, reflejadas en el metalenguaje nos brindan las propiedades de la noción de consecuencia semántica (Tarski, 1936) a saber:

1) Si $A \in X$ entonces $X \vdash A$ *Reflexividad Generalizada*
2) $X \vdash A$ entonces $X, B \vdash A$ *Monotonía*
3) $X \vdash B$ y $X, B \vdash A$ entonces $X \vdash A$ *Corte*

Propiedades éstas que en el lenguaje objeto se reflejan en las siguientes reglas lógicas:

1) $A \vdash A$ ID (*Reflexividad o Identidad*)
2) $A \vdash B$ entonces $A \wedge C \vdash B$ RA (*Refuerzo del Antecedente*)
3) $A \vdash B$ y $B \vdash C$ entonces $A \vdash C$ TR (*Transitividad*)

En lógica clásica corresponde anexar la regla:

Si $\vdash A$ entonces $\vdash S^{\beta 1 \ldots \beta 2} /_{\delta 1 \ldots \delta n} A$, denominada *Sustitución Uniforme* y que intuitivamente afirma que si A es un teorema, i.e., es una consecuencia del conjunto vacío, entonces el resultado de sustituir uniformemente las letras proposicionales por una fórmula cualquiera, también resulta constituir un teorema.

Si bien esta caracterización de la noción de consecuencia lógica es la apropiada para distinguir entre lógicas monónotonas y no-monótonas, deseamos aclarar que ella es insuficiente para clasificar las diversas lógicas monótonas existentes en la literatura tales como la lógica paraconsistente, la lógica de la relevancia y las lógicas plurivalentes entre otras.

Tal vez el análisis de la lógica involucrada en el modelo de Hempel de la explicación científica sea lo más adecuado para introducir en este momento de nuestra exposición ya que a nuestro entender éste oficia como un "intermezzo" entre la lógica clásica y las lógicas no monótonas o de sentido común, dado que, a fin de obtener una buena explicación científica para un determinado fenómeno, la ley universal debe ser "complementada" o "reforzada" con las condiciones iniciales del fenómeno que se desea explicar, tal como después mostraremos también sucede en los llamados *razonamientos de sentido común.*

4.2. La “intuición” de K. Hempel

Karl Hempel (1965) fue el primer filósofo de la ciencia que, al tratar de explicitar el esquema de argumentación involucrado en la investigación científica estableció que a fin de que las leyes científicas permitieran brindar una explicación satisfactoria de los fenómenos naturales, éstas deberían reforzarse con las condiciones iniciales en la que el fenómeno se daba. Esta posición fue luego reforzada por Popper (1974) y desde ese entonces se acepta en general que el esquema de una explicación científica es un esquema deductivo de la siguiente forma:

U (Enunciado nomológico o ley)
I (Condiciones iniciales)
E (Conclusión)

Además, para que esta explicación sea satisfactoria, se exige que las condiciones iniciales (I) en conjunción con los enunciados nomológicos (U), sean específicas y adecuadas y que de ellas se derive lógicamente la conclusión (E). Pero ¿cómo determinar el conjunto I para que sus elementos sean los específicos y adecuados para E?

Pese a que a primera vista la pregunta pareciera indicar que la determinación del conjunto I es similar a la del conjunto Γ de la teoría de la *cosostenibilidad* de Chilshom para las lógicas condicionales (1964), no se trata del mismo problema. Esto es así porque el conjunto U está formado por leyes *ceteris paribus*, en el sentido de que afirman regularidades que suponen que “todo lo demás es o sigue igual”, por lo cual en el conjunto U no habrá condiciones que derroten la conclusión. De ahí que la cláusula *ceteris paribus* pueda entenderse como una restricción que desde el metalenguaje restringe el conjunto I en función de U y E. Si la ley presupuesta se considera una ley *ceteris paribus*, o sea que el resto de las condiciones se mantiene igual, entonces será una conclusión válida inferir que un fósforo se enciende si es raspado. De ahí que el conjunto Γ no podría contener la proposición que afirme que el fósforo está húmedo, porque se violaría la cláusula *ceteris paribus*. De lo expresado se sigue que la cláusula *ceteris paribus* implícita en las leyes debe ser aceptada como cláusula restrictiva en el metalenguaje de cualquier teoría empírica. En reali-

dad, lo que esta cláusula afirma es que E es deducido del conjunto U de leyes más el conjunto I de condiciones iniciales, si se supone que todo lo demás sigue igual, es decir que es deducible en *condiciones normales.* Y esto es lo que precisamente dicen las reglas *default* de la ciencia conocida hoy como *Inteligencia Artificial*, con la sola diferencia de que en la formulación de estas reglas las condiciones de normalidad se exigen explícitamente. Sintetizando, la cláusula *ceteris paribus* es una suposición que habla sobre la totalidad de las condiciones normales de un fenómeno y nos dice que ellas deben quedar iguales, lo que es lo mismo que afirmar que la validez clásica de la inferencia se logra gracias a que solamente se consideran las condiciones normales del fenómeno que se quiere explicar. Así, la conclusión de una explicación deductiva no se verá derrotada si y sólo si el conjunto de las premisas es reforzado por sentencias que expresen condiciones normales. De ello se sigue que la cláusula *ceteris paribus,* aunque implícita, constituye una restricción de carácter pragmático que oficia como controladora de la deducción y con el evidente propósito de no producir conclusiones discordantes con la realidad empírica.

Podría también salvarse la inconsistencia, acudiendo tal como lo hace Carnap, a algún postulado de significación, puesto que él los considera de gran utilidad tanto para la lógica deductiva como para la inductiva. Estos postulados de significación tienen el fin de introducir en el lenguaje formal en el que se está trabajando los significados de los términos que el lógico estime convenientes. Para nuestro caso habrá que introducir el postulado de significación:

(P1) $\forall x\ (Sx \rightarrow \neg Cx)$

Un caso similar sucede con los postulados n-ádicos o relaciones en general. Por ejemplo, si se desea determinar que el enunciado:

$(Rab \wedge Rbc) \rightarrow Rac$, donde Rxy es la relación *x es mayor que y*, es un enunciado lógicamente verdadero en virtud del significado de sus términos, deberá agregarse el postulado de significación:

(P2) $\forall x\ \forall y\ \forall z\ ((Rxy \wedge Ryz) \rightarrow Rxz)$ el cual nos informa que la relación *x es mayor que y* es transitiva.

Sin embargo, Carnap afirma categóricamente que estos postulados no constituyen una cuestión de conocimiento sino de decisión.

Si un lógico tiene la intención de reflejar en su formalismo lógico el significado de los términos del lenguaje natural con el objeto de evitar inconsistencias y adecuar las inferencias formales a ese lenguaje, deberá introducir siempre postulados de ese tipo. A nuestro propósito no interesa analizar si tales postulados expresan o no un conocimiento genuino. De una u otra forma son supuestos pragmáticos y de carácter extra lógico, cuya utilidad es precisamente controlar la adecuación del formalismo a fin de preservar consistencia, de manera similar a como lo proponen los llamados sistemas lógicos dependientes del contexto. Tal como lo sostiene Carnap, aún la lógica clásica en varios casos depende del contexto. De lo dicho podemos concluir que, de aceptarse como buenas razones los ejemplos presentados, el *dictum* de que la lógica clásica es independiente de todo contexto pragmático no es tal y que, por ello, el acudir a controladores pragmáticos no es un buen criterio de demarcación entre la lógica clásica y las lógicas de la Inteligencia Artificial, someramente expuestas en el capítulo anterior y cuya noción de consecuencia trataremos de elucidar en los parágrafos siguientes.

4.3. El intermezzo: la noción de consecuencia de la lógica condicional

Históricamente puede afirmarse que entre la lógica clásica y la aparición de las lógicas llamadas hoy no monótonas se dio un "intermezzo" constituido por las hoy conocidas como *lógicas condicionales modales*, cuya base deductiva está dada por un conjunto de axiomas y reglas de inferencia. Tal vez la lógica condicional propuesta por Brian Chellas (1975) sea la pionera de este tipo de lógicas, cuya peculiaridad consiste en agregar al vocabulario de la lógica proposicional clásica una nueva conectiva para designar a un nuevo tipo de condicional, conocido hoy como *condicional intensional*, el cual incluye a todas las tautologías veritativo funcionales clásicas y es cerrado bajo el *Modus Ponens*. De esta forma, los distintos sistemas modales creados para dar cuenta de la llamada *implicación estricta*, en particular, los sistemas S4 y S5 de I. C. Lewis para las lógicas modales pueden considerarse también sistemas de lógica condicional modal. En efecto, los sistemas de lógica condicional modal introducen en el lenguaje objeto un nuevo signo para el condicional estricto $\Rightarrow$ que por

no cumplir con todas las leyes lógicas del condicional material y no satisfacer el Principio de Extensionalidad de Frege, se lo considera una conectiva intensional, cuya definición ya hemos dado anteriormente, pero que conviene reiterar: $A \Rightarrow B =_{df,} \square(A \rightarrow B))$.

Desde otra perspectiva, i.e., desde las lógicas condicionales no modales, en particular las lógicas contrafácticas, están construidas sobre la base del lenguaje de la lógica proposicional clásica más un nuevo símbolo para representar al operador condicional intensional frecuentemente simbolizado por el signo “>”. A fin de clasificar las distintas lógicas modales construidas sobre la base de este operador se han creado distintos sistemas lógicos que constituyen una especie de *intermezzo* entre la noción de consecuencia lógica clásica y la noción de consecuencia no monótona. B. Chellas (1975) propone como referencia para tal clasificación un conjunto de reglas de inferencia las cuales no todo sistema condicional debe satisfacer en su totalidad.

A nuestro propósito actual interesa solamente exponer la noción de consecuencia no monótona, formulada por vez primera por Dov. M. Gabbay en 1985, cuya versión más acabada conjuntamente con todas las implicancias que ella provoca, se encuentra a nuestro juicio en la exposición del lógico D. Makinson en su libro *Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic* de 2005. De todas formas y a manera de digresión histórica, debemos aclarar que hoy en día se coincide en que fue D. M. Gabbay quien, en 1985, estableció por primera vez las propiedades generales del razonamiento no-monótono. Luego, en 1990, aparece el trabajo *Theoretical foundations for non-monotonic reasoning in expert systems*, de obligada referencia en esta problemática, de S. Krauss. D. Lehmann y M. Magidor, titulado *Nonmonotonic Reasoning, Preferential Models and Cumulative Logics*, y finalmente, en 1994, se publica la más acabada versión de los trabajos sobre este tema, *General Patterns in Nonmonotonic Reasoning* de David Makinson.

4.4. La noción de consecuencia de los argumentos de sentido común

La repetición de esta problemática en todos los análisis formales sobre los condicionales contrafácticos, llevó a S. O. Hansson a titular su artículo destinado a esta problemática *“The Emperors New Clothes, Some recurring problems in the formalanalysis of counterfactuals”.*

Sorprende que haya venido del campo de la IA el haber reparado que en la mayoría de los condicionales indicativos del lenguaje natural se presentaba la misma dificultad y que, por ello, la implicación material no servía para analizar adecuadamente a tales condicionales. Hoy se coincide en que la operación de consecuencia no monótona de los lenguajes naturales satisface las siguientes propiedades:

Reflexividad A|~A
Corte o *Transitividad Cumulativa:* A|~B, A∧B |~C / A|~C
Monotonía cautelosa o *cumulativa:* A|~B, A|~C / A∧B |~C

En líneas generales, las diferentes semánticas propuestas para estos sistemas no monótonos tratan de rescatar la idea de McCarthy de dominios mínimos o extensiones mínimas de predicados. De ahí que, en lugar de todos los modelos, tal como se hace en los sistemas modales clásicos, se tome en cuenta solamente un tipo particular de modelos, según el tipo de semántica que se elija. Si se tiene en cuenta el orden de preferencia entre estados, se tomarán los *modelos preferenciales* o, si se hace referencia a la normalidad, los *modelos normales*, lo cual pone de manifiesto el carácter contexto dependiente de los sistemas no monótonos análogamente a lo que sucede en los sistemas de lógica condicional contrafáctica. Pese a ello, David Makinson (2005)[1], muestra que no todos los formalismos no monótonos de la IA, o sea, no todos los argumentos de sentido común satisfacen las mismas reglas de inferencia no monótona, lo cual da lugar a infinitas consecuencias no monótonas, según las reglas no monótonas que se satisfagan.

A diferencia del criterio seguido para considerar cuándo una regla de inferencia es una regla clásica, el criterio involucrado en las reglas no monótonas es no perder en la conclusión la información dada en las premisas. Las siguientes son las reglas no monótonas básicas:

Identidad: A|~A (donde |~ debe leerse como *se deduce no monótonamente de*)

Corte o Transitividad Cumulativa: A|~ B, A∧B |~ C / A|~ C

[1] *Bridges from Classical to Nonmonotoic Logic,* Text in Computing, Cap. 5., 2005.

Monotonía Cautelosa o Cumulativa: A |~ B, A|~ C / A ∧ B |~ C

Más aún, la relación de consecuencia no monótona tiene dos siguientes propiedades "negativas" a señalar:

(i) |~ generalmente no satisface Compacidad y
(ii) |~ no es cerrada bajo la regla de Sustitución Uniforme.

En el libro mencionado D. Makinson muestra que hay infinitas reglas no monótonas. Citaremos algunas de las más comunes a título de ejemplo interpretadas luego en el lenguaje natural:

$$\frac{\vdash A \Leftrightarrow B \quad A \mid\sim C}{B \mid\sim C}$$ *Equivalencia lógica izquierda*

Ejemplo: *Estoy bien de salud si y solo si me siento perfectamente. Si estoy bien de salud plausiblemente realice un largo viaje. Luego si me siento perfectamente, es plausible que realice un largo viaje.*

$$\frac{A \mid\sim B \quad B \vdash C}{A \mid\sim C}$$ *Atenuación a derecha*

Ejemplo: *Si estudio bastante plausiblemente apruebe el examen final. Si apruebo el examen final seguramente me recibo. Luego, si estudio bastante plausiblemente me reciba.*

$$\frac{A \mid\sim B \quad A \mid\sim C}{A \mid\sim B \wedge C}$$ *Conjunción a derecha*

Ejemplo: *Si tomo la medicación indicada plausiblemente el dolor disminuya. Si tomo la medicación plausiblemente aumente de peso. Luego si tomo la medicación entonces plausiblemente el dolor disminuya pero aumente de peso.*

De acuerdo a la caracterización de consecuencia no monótona y a los ejemplos dados pareciera inferirse la conclusión paradojal de que, si bien las lógicas derrotables o no monótonas parecen caracterizar más adecuadamente los razonamientos del lenguaje natural, lo hacen

a costa de no poseer una noción de consecuencia lógica genuina,[2] si se toma como paradigma la noción de consecuencia clásica y sus extensiones. Pero como además Makinson también muestra que hay infinitas reglas de inferencia no monótonas se plantea el problema de cómo determinar cuándo un argumento de sentido común es válido de acuerdo a la lógica no monótona, ya que bien podría suceder que no la encontráramos. Nuestra respuesta es la siguiente: si dado un argumento no hay forma de encontrar un ejemplo de igual forma lógica que muestre la invalidez del argumento, o sea un ejemplo cuyas premisas sean verdaderas y la conclusión falsa, entonces el argumento es “no monotónicamente válido” y su esquema lógico constituye entonces una regla no monótona. De donde parecería inferirse que si un argumento no tiene contrajemplo, entonces es al menos no monotónicamente válido. ¿Podríamos entonces inferir que todo argumento no refutable es al menos nomonotónicamente válido o si se prefiere “admisible”?

En el capítulo siguiente trataremos de brindar una clasificación de los distintos tipos de argumentos según sea la noción de consecuencia lógica involucrada, modificando en parte la clasificación brindada por Peter Flach en *Modern Logic and its Role in the Study of Kowledge* (2002).

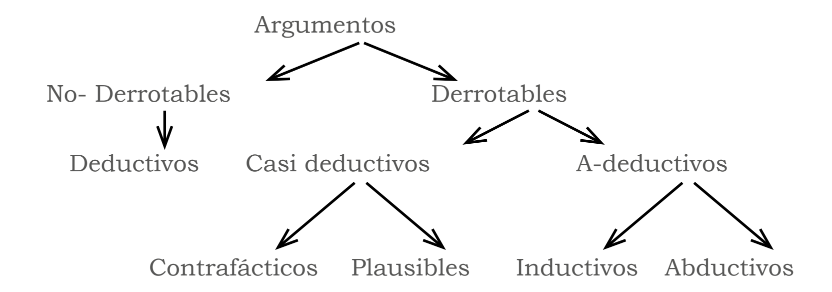
[2] Para una exposición en español más de tallada de la noción de consecuencia lógica no monótona referimos al lector al texto de G.Palau y colaboradores *Lógicas condicionales y razonamiento de sentido común, cap.5.*

CAPÍTULO 5
Lógica y argumentación

5.1. Consecuencia lógica y clasificación de los argumentos

Los pocos ejemplos de lógicas que hemos presentado en el capítulo anterior con el objeto de representar el razonamiento de sentido común nos han servido para mostrar la problemática de la formalización de los razonamientos de lenguaje natural en las lógicas subclásicas, las no monótonas y la lógica formal clásica. A manera de síntesis y dada la diversidad de lógicas o formalismos monótonos y no monótonos existentes, creemos conveniente disponer de una clasificación de los argumentos de sentido común a fin de luego caracterizarlos desde la lógica. Para esta tarea tomaremos como referencia la clasificación de los argumentos propuesta por P. A. Flach *en Modern Logic and its Role in the Study of Knowledge* (2002).

En una primera clasificación del trabajo mencionado Flach divide los argumentos en *Derrotables* y *No-derrotables*. Obviamente dentro de los *no derrotables* se encuentran únicamente los deductivos y sus extensiones tales como las lógicas modales. Por su parte, a los *derrotables* los divide en *casi-deductivos* y *a-deductivos*. El grupo de los a-deductivos está constituido por los argumentos *inductivos* y los *abductivos*. Los *casi-deductivos* los divide a su vez en argumentos *contrafácticos* y argumentos *plausibles*. Es importante destacar que en su trabajo P. Flach considera que las reglas de la operación de consecuencia lógicas no monótonas operan en el lenguaje natural como postulados de racionalidad por lo cual concluye que el criterio de invalidez queda inalterado. Mostraremos a continuación su clasificación:



A nuestro entender y de acuerdo a lo que hemos venido sosteniendo, los únicos argumentos preservativos de la verdad son los argumentos deductivos cuya noción de consecuencia es la clásica y por ello no son derrotables. Además, estimamos que los condicionales contrafácticos no pueden se considerados derrotables puesto que gracias a las semánticas de Kripke su noción de consecuencia lógica sigue siendo monótona ya que en ellos sigue valiendo la *Regla de Refuerzo* del *Antecedente*. De ahí que los únicos argumentos derrotables son los que hemos denominado *argumentos no monótonos*. O sea que si un argumento es casi deductivo no es no monótono ya que agregando al cuasi deductivo la información faltante se torna deductivo, lo cual no puede suceder en los argumentos no monótonos, a menos que se pueda agregar la totalidad de la información faltante. De ahí que la lógica de los argumentos no monótonos posea infinitas reglas, problema que ya plateamos en el parágrafo anterior.

En síntesis y en base a afirmaciones sostenidas anteriormente, la clasificación de Flach es inadecuada porque: (i) en ella se confunde la propiedad de derrotabilidad del condicional en el lenguaje objeto con la propiedad de no monotonía de la operación de consecuencia lógica dada en el metalenguaje lo cual lo lleva a incluir a los argumentos contrafácticos dentro de los argumentos derrotables y (ii) No distingue entre los argumentos denominados *por defecto* (*by default*) y los argumentos basados en información incompleta, en los cuales el agregado de nueva información puede derrotar o tornar falsa la conclusión o también tornarla verdadera. En nuestra crítica a la clasificación propuesta dejaremos de lado los argumentos a-deductivos por cuanto al día de hoy no hay una versión "lógica" totalmente aceptada de lo que se entiende por *abducción*.

Sin embargo debe reconocerse que la clasificación de las distintas lógicas existentes no es una tarea sencilla ya que ella involucra la pregunta acerca de qué es lo que diferencia una lógica de otra. Nosotros nos hemos inclinado por apoyar la tesis de que una lógica queda definida por su noción de consecuencia lógica y la noción clásica queda así definida como aquella que satisface las reglas de *Reflexividad*, *Monotonía* y *Corte*, estas dos últimas conocidas en el lenguaje objeto bajo el nombre de *Refuerzo del Antecedente* y *Transitividad*. De ahí que las denominadas comúnmente *lógicas modales*, tales como las lógicas de las modalidades aléticas, epistémicos, multivaluadas y temporales sean consideradas extensiones de la lógica clásica puesto que agregan vocabulario nuevo y las reglas de deducción correspondientes. A todas estas lógicas se las denomina generalmente *extensiones* de la lógica clásica.

Pero, ¿cómo clasificar las lógicas *subclásicas o divergentes?* Estas, agreguen o no nuevo vocabulario, rechazan ciertas reglas que la lógica clásica acepta, como por ejemplo, la lógica de la Relevancia rechaza el principio clásico de *Adición*, la lógica Paraconsistente de la escuela brasileña de **N**ewton Da Costa rechaza el principio clásico de *No contradicción*; las lógicas trivalentes de Lukasiewicz rechazan el principio de *Tercero Excluido*, la lógica intuicionista rechaza una parte del principio clásico de *Doble Negación*, i.e., en esta lógica no es válido $\neg\neg A \vdash A$. Sin embargo la noción de consecuencia es Monótona porque en el lenguaje objeto tanto en ella como en la lógica de la Relevancia y la Paraconsistente vale la regla *Refuerzo del antecedente*, tal como lo hemos mostrado en nuestra tesis doctoral siguiendo en lo esencial el excelente libro de R. Wojciki (1988).[1]

Sin embargo, hay sistemas lógicos a los cuales ya hemos hecho referencia en el capítulo anterior que difieren de la noción de consecuencia clásica de forma radical puesto que ellas no cumplen con la propiedad de Monotonía, esencial para la lógica clásica. Este tipo de argumentos abarca obviamente a aquellos argumentos basados en información incompleta y en los cuales, el agregado de una nueva información puede derrotar la conclusión. Otro tipo de argumentos que

[1] Esta temática también se analiza en mi tesis doctoral *Consecuencia lógica y Rivalidad de sistemas lógicos*, publicada en http://sites.google.com/site/enthimemasite.

tampoco contienen una noción de consecuencia clásica son aquellos argumentos que parten de premisas plausibles, i.e., que afirman hechos que se dan comúnmente o "en el curso normal de las cosas", pero que, por no tomar en cuenta las excepciones, su conclusión puede resultar falsa. Finalmente, el último grupo abarcaría aquellos argumentos cuyas premisas constituyen creencias injustificadas de un hablante basadas en supuestos o suposiciones e inclusive prejuicios, que son tomados como si fueran generalizaciones verdaderas, y por lo cual también caen dentro de la no monotonía. Como toda taxonomía, la presentada puede resultar incompleta, pero a los efectos de lograr la clasificación de los argumentos que hemos analizado en este libro nos resulta suficiente, dado que las reglas no monótonas, pese a no garantizar preservación de la verdad son igualmente tomadas como garantía de racionalidad, ya que satisfacen las reglas antes mencionadas de *Identidad*, *Corte* o *Transitividad Cumulativa* y *Monotonía Cautelosa*.

Se debe recordar que la relación de consecuencia no monótona se refleja en el lenguaje en la propiedad de *derrotabilidad*, es decir en no satisfacer la regla clásica conocida como refuerzo del antecedente, a saber: $A \rightarrow B \vdash (A \wedge C) \rightarrow B$. En síntesis, mientras la derrotabilidad es una propiedad de los enunciados condicionales del lenguaje objeto, la no monotonía es una propiedad de la noción de consecuencia de los enunciados derrotables. Pero de ello no se sigue que la noción de consecuencia de los enunciados derrotables sea no monótona, pues hay sistemas como los de lógica condicional en las cuales no se satisface RA y que sin embargo su operación de consecuencia es monótona. Por ello es posible que para muchos lectores resulte más clara una clasificación de las lógicas basada en el concepto de *derrotabilidad* de los enunciados en el lenguaje objeto pero bajo la condición de que se los relacione con la noción de consecuencia lógica involucrada.

(i) *Lógicas no derrotables*: o sea aquellas que satisfacen en el lenguaje objeto la *Regla de Refuerzo del Antecedente* (RA) y satisfacen *Monotonía* en el metalenguaje. En este grupo, además de la lógica clásica y todas sus extensiones, se deben también incluir las lógicas modales, las subclásicas, tales como la lógica de la Relevancia,

la lógica intuicionista y las lógicas trivalentes o multivalentes entre otras, estas últimas llamadas generalmente *lógicas divergentes* precisamente por rechazar ciertas reglas de la lógica clásica, por lo cual el conjunto de inferencias válidas es menor que el de la lógica clásica.

(ii) *Lógicas derrotables*: A diferencia de las lógicas anteriores es posible dividirlas según sea su comportamiento en el lenguaje objeto y el metalenguaje:

(iia) *Lógicas "puente"*: En esta categoría deberían e incluirse aquellas lógicas que no satisfacen *Refuerzo del Antecedente, Contraposición y Transitividad* en el lenguaje objeto pero cuya noción de consecuencia es monótona tales como los sistemas de lógica condicional de Stalnaker y de D. Lewis ya presentados. Y

(iib) *Lógicas no-monótonas*: No satisfacen en el lenguaje objeto *Refuerzo del Antecedente* y su noción de consecuencia es no-monótona y además son las características de la llamada "Inteligencia Artificial".

Ya afirmamos que D. Makinson muestra que hay infinitas reglas no monótonas y que por lo tanto hay infinitas lógicas no monótonas, cuya única propiedad negativa en común reside precisamente en que su noción de consecuencia no satisface *Monotonía.* De ahí que las lógicas condicionales incluidas en (iia) hayan sido consideradas como una especie de "puente" entre la lógica clásica y las lógicas no monótonas, puesto que ellas no satisfacen RA en el lenguaje objeto pero su noción de consecuencia es monótona.

Después de este recorrido cabe entonces preguntarse ¿cuál es la lógica más adecuada para analizar los argumentos de sentido común? Si es que la hay…

En efecto, después de las conclusiones que pueden extraerse de la lectura de los capítulos anteriores, me parece una afirmación casi irrefutable que la lógica ha sido incapaz de dar cuenta solamente de los argumentos del lenguaje natural hasta muy entrado el siglo XX y que tal vez por ello existan todavía numerosos partidarios de erradicar su enseñanza y sustituirla por lo que ahora se ha dado en llamar *lógica informal* o también por *teoría de la argumentación*, siguiendo la línea de los *topoi* aristotélicos. Con el propósito de mostrar que esta disciplina no es incompatible con el análisis lógico en el parágrafo siguiente pasaremos a reseñar dos posiciones que proponen un aná-

lisis de la argumentación prescindiendo de cualquier tipo de lógica pero que a nuestro entender tampoco se le oponen. De ahí que en el parágrafo siguiente, presentaremos en primer lugar la posición más radical de S. Toulmin y luego la de D. Walton, a fin de mostrar que es posible tratarlos desde las lógicas no monótonas.

5.2. El esquema de análisis propuesto por S. Toulmin

Aunque debemos reconocer que el estudio de los "topoi" en la contemporaneidad fueron iniciados por Perelman y Olbrechts-Tyteca en su obra *New Rethoric* debe reconocerse que es S. Toulmin en su libro *The Uses of Argument* de 1957, quien en el prefacio declara abiertamente que la intención del mismo es "radical" en el sentido de que está directamente dirigido a atacar a la lógica deductiva como instrumento adecuado para analizar argumentos del lenguaje natural y a continuación se hace las siguientes preguntas: ¿Cómo es posible comparar una argumentación legal con una demostración matemática? y ¿Hasta dónde es posible una lógica general?

La respuesta es negativa para ambas preguntas ya que su modelo está basado en el modelo de la argumentación en jurisprudencia, opuesto por supuesto a la argumentación matemática.

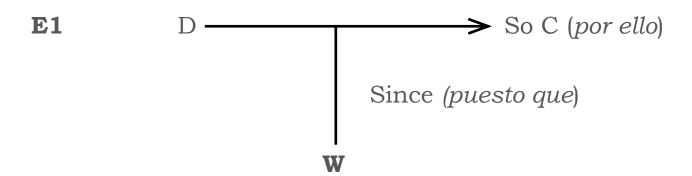
Según nuestra interpretación, es posible reformularla en las siguientes tesis:

T1: Los argumentos del lenguaje natural, i.e., nuestros argumentos cotidianos son contexto dependientes y no permanecen invariantes cuando se cambia de contexto.

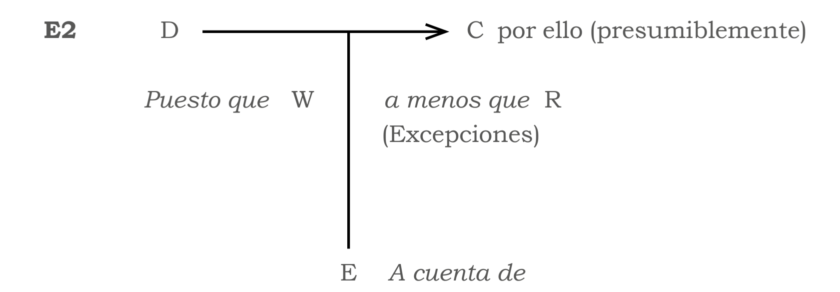
T2: El pasaje de las premisas a la conclusión está mediatizado por las informaciones que vienen dadas por el contexto, por lo cual la conclusión puede resultar falsa, i.e., los argumentos del lenguaje natural o de sentido común no son deductivos, siguiendo la afirmación ya dada antes de D. Makinson *We are all nonmonotonic*[2].

El esquema de Toulmin más general está dado por el siguiente esquema básico de argumentación:

[2] *Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic, King´s College London, 2005, Introduction.*



Donde D designa los datos (*data*), W las garantías o razones (warrants) y C la conclusión. Este esquema se puede seguir completando según la complejidad del argumento, por ejemplo:



Toulmin da el siguiente ejemplo para ilustrar su esquema de argumentación:

Sean: D: *Harry ha nacido en Bermuda*; C: *Harry es británico*; W: *Un hombre nacido en Bermudas será generalmente británico*; R: *Ambos padres sean extranjeros /sean americanos naturalizados*; E: *Los estatutos y provisiones legales correspondientes*

Redactado como argumento el ejemplo diría: *Si Harry nació en Bermudas y de acuerdo a las provisiones legales los nacidos en Bermudas son generalmente ciudadanos británicos, entonces, a menos que sus padres fueran extranjeros y no naturalizados americanos, Harry será(presumiblemente) americano.*

Ahora bien, es sabido que en lógica clásica mediante el método del condicional asociado, se puede demostrar que un argumento es válido si y solo si el condicional asociado es tautológico ya que su tautologicidad refleja en el lenguaje objeto la propiedad de deducibilidad de las premisas a la conclusión de un argumento. El fundamento lógico de este procedimiento se debe a la noción de consecuencia lógica clásica subyacente, la cual no se satisface en el ejemplo de Toulmin

porque hay un caso que lo demuestra, a saber: si Harry hubiera nacido en Bermudas (D) y sus padres no fueran ciudadanos británicos (¬R) entonces no se daría que Harry fuera un ciudadano británico(C), en acuerdo con las disposiciones legales (E). O sea:

$D \wedge \neg R \quad |\sim \; C \wedge E.$

De ahí que la noción de consecuencia que subyace al esquema de Toulmin, por no satisfacer la regla *Refuerzo del Antecedente* (o *Atenuación*) de la consecuencia clásica, constituya una noción de consecuencia lógica distinta, en particular, una noción de consecuencia rebatible (*defeasible*) o no monótona propia de la mayoría de los argumentos del lenguaje natural[3] y que ya hemos analizado.

Nótese que el ejemplo de Toulmin tampoco satisface la propiedad de *Transitividad* de la consecuencia clásica, ya que de si Harry nació en Bermudas y entonces plausiblemente sus padres serían británicos naturalizados y en ese caso Harry sería ciudadano británico, no se siguen que si Harry nació en Bermudas entonces Harry sería ciudadano británico. Sin embargo, lo que sí parece valer es la llamada *Transitividad Cumulativa*, $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \;/\; (A \wedge B) \rightarrow C$, ya que de las dos premisas se sigue que si Harry nació en Bermudas y sus padres son británicos naturalizados entonces plausiblemente Harry sería ciudadano británico.

Debemos ahora recordar que la noción de consecuencia no monótona cuenta con infinitas reglas entre las que se cuenta la siguiente:

$$\frac{A \;|\sim B \qquad A \text{ no}|\sim \neg C}{A \wedge C \;|\sim B}$$ *Monotonía Racional* (MR)

Podemos constatar entonces, que el ejemplo de Toulmin satisface MR, ya que si Harry ha nacido en Bermudas entonces plausiblemente sea un ciudadano británico y de que Harry haya nacido en Bermudas no se sigue que sus padres no sean americanos naturalizados, luego de que Harry haya nacido en Bermudas y sus padres sean americanos naturalizados, se sigue que plausiblemente Harry sea ciudadano británico.

[3] La noción de consecuencia no monótona no abarca a los argumentos inductivos y abductivos.

De lo expuesto es posible presumir que, si bien Toulmin rechazó todo tipo de formalismo para el análisis de los argumentos del lenguaje natural, de haber conocido la actual teoría sobre los condicionales derrotables conjuntamente con la asociada noción de consecuencia no monótona, tal vez la habría utilizado, tal como lo ha intentado Douglas Walton, cuya posición pasaremos a reseñar.

5.3. La propuesta de D. Walton

Otro tratamiento actual para los argumentos del lenguaje natural, y en particular dedicado a las reformulaciones de las falacias proviene de Douglas Walton. Su trabajo en este campo es muy abundante en cuanto a libros producidos y entre ellos cabe destacar el titulado *Argumentation Schemes for Presumptive Reasoning* de 1996 y el escrito conjuntamente con Chris Reed y Fabrizio Macagno, titulado *Argumentation Schemes* de 2008. El propósito principal del primer libro consiste en elucidar el esquema formal de argumentación que subyace bajo las distintas formas de argumentación del lenguaje natural, ya que, según su opinión, no existen intentos sistemáticos al respecto, más allá de los iniciados por Aristóteles en *Tópicos*. En este libro, sitúa la argumentación en el nivel dialógico y considera que las llamadas falacias no formales no siempre son tales, sino que la mayoría de los casos se trata de argumentos que pueden considerarse correctos. Comenzaremos la presentación de su método con el análisis de dos de sus ejemplos paradigmáticos.

(1) El prisionero confesó el crimen. Luego, el prisionero es culpable.
(2) El sombrero de Juan no está en el perchero Luego, Juan ha salido.

Obviamente (1) podría ser un argumento válido en el caso de que el prisionero no haya sido forzado a confesar o amenazado, pues de lo contrario la conclusión podría resultar falsa. Si representamos por A “El prisionero confesó el crimen”, por B “El prisionero confesó el crimen bajo ninguna amenaza” y por C, “El prisionero es culpable”, entonces vemos que este ejemplo también puede analizarse más profundamente bajo la noción de consecuencia no monótona ya que satisface Transitividad Cumulativa, o sea: “Si el prisionero confesó el crimen entonces presumiblemente lo ejecutó sin amenazas y si eje-

cutó el crimen sin amenazas entonces es plausiblemente culpable, entonces, si el prisionero cometió el crimen es presumiblemente culpable". Y el agregado de "plausiblemente" viene bien al caso porque podría ser que se hubiera declarado culpable no por amenaza sino para encubrir a otro. Vale recalcar que este caso también se valida por la regla no monótona *Transitividad Cumulativa*, o sea: *Si el prisionero confesó el crimen entonces presumiblemente lo ejecutó sin amenazas y si ejecutó el crimen sin amenazas entonces es plausiblemente culpable, luego si el prisionero cometió el crimen es presumiblemente culpable*. El agregado de *plausiblemente* viene al caso porque podría ser que el prisionero se hubiera declarado culpable no por amenaza sino por encubrir a otra persona.

El argumento (2) es un caso evidente del papel que cumplen en el lenguaje natural las presunciones, ya que para extraer una conclusión válida, lógicamente hay que presuponer que Juan siempre sale con sombrero y que nunca se olvida de llevarlo. La situación se repite en este segundo ejemplo, ya que es posible que haya sido sólo ese día en el que Juan se olvidó el sombrero y por lo tanto la conclusión sea falsa. *Prima facie* se trata de otro argumento entimemático que se transforma en deductivo sólo si se agrega como verdadera la premisa faltante, o sea completando la información de que Juan nunca sale sin sombrero. Pero, también podría haberse dado el caso de que Juan haya perdido el sombrero y que por ello se encuentre en su casa y el sombrero no esté en el perchero. Por ello sustituyendo $A/\neg A$ y $C/\neg C$, se obtiene un caso de la regla de Monotonía Racional, o sea: *Si el sombrero de Juan no está en el perchero, plausiblemente Juan ha salido; Pero si de que el sombrero de Juan no está en el perchero no se sigue que posiblemente no lo haya perdido, luego, si el sombrero de Juan no está en el perchero y no lo ha perdido, entonces plausiblemente haya salido.*

El mismo Walton debe haber considerado esta posibilidad porque califica a los ejemplos (1) y (2) como casos de inferencia derrotable o inferencia por defecto (*by default*) de R. Reiter (1980), provieniente de la IA y que como ya lo hemos mostrado en la actualidad se consideran inferencias no monótonas.

A fin de aclarar más su método, mostraremos a continuación un ejemplo de argumento *ad ignoratiam*, extraído de una propaganda radial, que creemos podría tratarse con el método propuesto por Walton,

o sea mediante la aplicación de algún otro formalismo no monótono.

(3*) Si Usted no encuentra la lámpara que busca en el negocio X, entonces esa lámpara no existe.*

Ahora bien, si en este ejemplo agregamos la información de que el Sr. Z sabe que el negocio X tiene todas las lámparas que existen y la lámpara que busca efectivamente no está en el negocio X, es válido inferir que esa lámpara no existe. En este caso, la validez del argumento vendría del hecho de que existe una base de datos completa de lámparas en el negocio X. Y esto es precisamente lo que en IA se llama *Hipótesis del Mundo Cerrado,* HMC (Reiter, 1980), la cual implica una negación por falla, o sea que toda proposición que no está contenida en la base de datos, se da como falsa. Y esto es lo que sucede en la base de datos de cualquier computadora: lo que ella no contiene, no existe.

Otro ejemplo del mismo tipo sería el siguiente: si una persona concurre a una agencia de viajes para comprar un pasaje Buenos Aires –México directo para el mes de noviembre que cueste menos de 1.000 dólares y la base de datos de la agencia es completa en el sentido de que contiene todos los vuelos de todas las compañías que hacen ese recorrido, y no encuentra ninguno, entonces se presume casi con seguridad que el vuelo que busca no existe. De ahí que pueda decirse que los argumentos de los ejemplos dados sean válidos o constituyan falacias, depende de que se cumpla la HMC, la cual se podría formular rigurosamente de la siguiente manera:

Sea Δ el conjunto de la información disponible (la base de conocimiento) y sea A una fórmula o enunciado expresado en el lenguaje en cuestión: no es cierto $\Delta \vdash A$, entonces $\Delta \mid\sim \neg A$. (donde la deducibilidad no-monótona $\mid\sim$, en este caso cumple con *Reflexividad* y *Monotonía* pero no satisface *Transitividad Cumulativa.*

Los formalismos de Reiter también sirven para reformular otro tipo de falacia, como por ejemplo la llamada *Secundum quid (*o *a dicto simpliciter ad dictum secundum quid).* Originada en la falacia *para to pe* de Aristóteles, la cual se origina en el uso de una generalización ignorando las particularidades (*ignoring qualifications*). Walton incluye varios tipos de argumentos bajo esta categoría, entre los que se cuentan los argumentos a partir de un ejemplo o de datos particulares, y las generalizaciones plausibles. Sea el siguiente argumento un ejemplo de esta última:

(4) *Puesto que montar a caballo es un ejercicio saludable, Juan*

debe practicarlo más para mejorar el estado de su salud.

Si se lo reformula como inferencia derrotable, adquiere la siguiente forma:

(4') *Puesto que en condiciones normales montar a caballo es un ejercicio saludable y Juan no tiene ninguna prescripción médica en contrario, debe practicarlo más para que plausiblemente mejore su estado de su salud.*

Puede constatarse fácilmente que éste constituye un claro ejemplo de razonamiento derrotable y que puede ser formalizado en la lógica por defecto de Reiter. de α es el prerrequisito de la regla por defecto, β_i la justificación, *M* es un operador "metalógico" que se agrega al lenguaje de la lógica de primer orden y que debe ser leído como "es consistente suponer", o, más laxamente, en "condiciones normales"; w es su consecuente. En nuestro ejemplo 4) el prerrequisito es que no exista predicción médica en contrario. O sea:

Si no existe predicción médica en contrario (α), en condiciones normales (*M*) montar a caballo es bueno para la salud (β_1) entonces Juan debe practicarlo (w).

En síntesis: pese a que hay casos de argumentos que según D. Walton se corresponden a los entimemas aristotélicos, estos se transforman en inferencias clásicas solo en el caso de que se conozca y se agregue la/s premisa faltantes, y que esta/s completen la información y solo en ese caso su noción de consecuencia coincidirá con la noción de consecuencia clásica. Caso contrario, la noción de consecuencia no es la noción clásica sino una noción de consecuencia rebatible o no monótona (i.e. supraclásica). Modificando solamente la redacción de los ejemplos 1-3 dados puede constatarse que ellos cumplen algunas de estas reglas no monótonas. En efecto, el ejemplo (1) satisface Transitividad Cumulativa, ya que si el prisionero confesó el crimen (A) entonces lo hizo sin amenazas (B) y si confesó el crimen y lo hizo sin amenazas ($A \wedge B$) entonces es culpable (C) Luego, si el prisionero confesó el crimen entonces es culpable. Puesto que no hay una sola noción de consecuencia no monótona, sino "indefinidamente muchas"[4] para cada ejemplo de los dados en los argumentos estu-

[4] D.Makinson, *Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic*, King's College London, Texts in Computing,2005,p.13

diados por la llamada lógica informal o teoría de la argumentación, habrá un formalismo no monótono en el cual se exprese la respectiva noción de consecuencia derrotable.

Debe reconocerse que los formalismos no monótonos han sido exitosos en el sentido de que constituyen una valiosa herramienta para el análisis de los argumentos del lenguaje natural o de sentido común. Sin embargo, desde la filosofía de la lógica, debemos preguntarnos si realmente constituyen lo que hasta hoy se considera la ciencia de la lógica. Ahora bien desde que se formulara la noción de consecuencia lógica clásica, una propiedad indispensable de la misma y a la que hasta el momento no hemos aludido, es la llamada Sustitución Uniforme, la cual intuitivamente nos dice que si en una tautología/ fórmula universalmente válida se sustituye una fórmula bien formada (fbf) por otra fbf, se sigue obteniendo una tautología/ fórmula universalmente válida. En otras palabras que el conjunto de las tautologías/fórmulas universalmente válidas es cerrado bajo la regla de *Sustitución Uniforme* (SU). Pues bien, esta regla no es una regla válida en las lógicas no monótonas. Más aún, el teorema 1.1[5] del libro de D. Makinson ya citado antes, afirma que no hay ninguna relación de consecuencia supraclásica cerrada bajo SU que no sea la relación clásica "$\vdash$". De ahí que se presente el siguiente dilema: las llamadas lógicas no monótonas (o de sentido común) o bien no son auténticas lógicas porque no satisfacen SU o bien se abandona SU como condición necesaria para que un formalismo sea una lógica y por lo tanto este principio sea un "hábito a suspender", al decir de D. Makinson.

Cualquiera sea la respuesta que se dé a ese dilema esperamos que lo expuesto constituya una razón suficiente para fundamentar la posición que venimos sosteniendo en este libro, i) que las lógicas supraclásicas constituyen una excelente herramienta para analizar las formas argumentativas del sentido común, (ii) que para un riguroso manejo de ellas se requiere dominar con precisión los conceptos esenciales de la lógica clásica, hecho por el cual su enseñanza resulta imprescindible aún en el ámbito de la teoría de la argumentación y (iii) que pese a todos los sistemas lógicos que integran el andamiaje lógico del cual hoy se dispone, los aspectos estrictamente intensionales del

[5] Cap. 1.3,p.15.

lenguaje natural y de la argumentación seguirán siendo inabordables por cualquier formalismo. Es probable que el lector después de la negatividad de la conclusión a la que hemos arribado, retome la pregunta filosófica acerca de qué realmente se debe entender por la ciencia de la lógica y porqué es un índice de “buena salud mental” pensar de acuerdo a ciertos parámetros lógicos según sea el dominio de conocimiento en el cual se apliquen y que en los capítulos anteriores hemos visto que ellos están dados por el conjunto de reglas y/o inferencias válidas que los caracterizan, ya que éstas aseguran la preservación de la verdad de acuerdo al significado dado a las constantes lógicas. Sin embargo, todavía resta responder la pregunta acerca de qué se entiende precisamente por “constante lógica”, cuestión álgida para la filosofía de la lógica, ya que dicha noción es la base para responder no solamente a lo que se entiende por lógica sino también para aceptar o rechazar la unicidad de la lógica clásica. En el próximo capítulo final trataremos dentro de nuestras posibilidades dar alguna respuesta plausible a esta problemática.

CAPÍTULO 6
Reflexiones finales

6.1. ¿Qué se entiende por *constante lógica*?

A fin de responder a la pregunta que figura como título de este capítulo, tomaremos como punto de partida el concepto de invariante o invariancia surgido en el campo de la geometría, paradójicamente la ciencia más inmutable concebida por los griegos. Es sabido que el siglo XIX ha sido rotulado *el siglo de oro de la geometría*. En su transcurso merecen destacarse dos hechos: por un lado, a partir de la geometría analítica de Descartes, se obtuvieron resultados que generaron nuevas geometrías aún dentro del espacio euclidiano y, por el otro, se consolidaron definitivamente las llamadas geometrías no euclidianas que culminaron en la discusión científico-filosófico acerca de los fundamentos de la geometría entre Riemann, Lie, Klein y Hilbert, entre otros. En particular, Lie se interesó por las distintas clases de transformaciones geométricas, cuestión ésta que ya se encontraba en gestación en la geometría proyectiva con Chasles y Poncelet a principios del siglo XIX. Por su parte, Klein se interesó por la búsqueda de un marco unificador para las distintas geometrías descubiertas, al cual lo encontró en el concepto algebraico de grupo. El trabajo mancomunado de ambos se plasmó definitivamente en la formulación del *grupo de transformaciones del espacio* realizada por Klein dentro del conocido como *Programa de Erlangen* (1872). La originalidad de esta idea consistió en reconocer que los conjuntos de transformaciones que dejan invariantes determinadas propiedades geométricas conforman un grupo algebraico y que las relaciones entre las transformaciones pueden analizarse en tanto relaciones entre elementos del grupo. La geometría queda así formulada en grupos de transformaciones que dejan invariantes determinadas propiedades. Por ejemplo, el grupo de

las transformaciones topológicas (o grupo topológico) deja invariante la propiedad de continuidad; el grupo de transformaciones proyectivas deja invariantes la alineación de puntos y las transformaciones euclidianas dejan invariantes la congruencia, la perpendicularidad y los ángulos (i.e., propiedades métricas). Además, propiedades invariantes de un grupo geométrico, dejan de serlo en otro, como, por ejemplo, la propiedad de paralelismo conservada por las transformaciones afines no es preservada en las transformaciones proyectivas[1].

Lo primero que debe observarse es que cada grupo de transformaciones con sus propiedades invariantes determinan una geometría y que, por ello, los elementos que permanecen constantes, i.e., las invariancias son **relativas** respecto de un grupo especial de transformaciones en el espacio euclidiano. En otras palabras, no se postula que exista un conjunto de elementos que permanezcan invariantes en cualquier espacio geométrico.

En *Reconsidering Logical Positivism*[2], Michael Friedman señala que el advenimiento de las geometrías no euclidianas a fines del siglo XIX y la Teoría General de la Relatividad (1918) arrancaron el unicato a la geometría euclídea y a la física newtoniana, solidarias de las formas puras de la sensibilidad de Kant, en tanto formas sintéticas *a priori* y elevaron a primer plano la problemática sobre el estatus epistémico de tales teorías. Poincaré en *Non-Euclidean Geometries and the Non-Euclidean World* (1905) ya había optado por el convencionalismo en geometría y ya había respondido negativamente a la pregunta de si existían en geometría juicios sintéticos *a priori*, con un argumento contrafáctico: *No hay juicios sintéticos a priori, porque, si los hubiera no habrían existido las geometrías no euclidianas*. Más aún, según el mismo autor, las ideas de Reichembach en *The Theory of Relativity and a priori Knowledge* (1920) acerca del estatus y relaciones de las diferentes geometrías puede explicitarse mediante una estructura de grupo de transformaciones similar al de Klein. Según su versión, la

---

[1] Donde T es el grupo de las transformaciones topológicas, P el grupo proyectivo, A el grupo de las transformaciones afines, S las transformaciones por semejanza y S el grupo de las transformaciones métricas.

[2] Dedicado a la memoria de J. Alberto Coffa, filósofo de la ciencia argentino y autor del excelente libro *The Semantic Tradition from Kant to Carnap. The Vienna Station.* Cambridge, 1991.

idea de Reichembach consistió en asociar a la teoría física newtoniana, a la Teoría Especial y a la Teoría General de la Relatividad un respectivo grupo invariante de transformaciones, donde cada uno representa un rango de posibles descripciones de la naturaleza o marcos admisibles de referencia en concordancia con cada teoría. Así, a la teoría física de Newton le corresponde el grupo galileano de transformaciones (i.e., que las leyes de la mecánica newtoniana son invariantes respecto de las transformaciones galileanas); a la Teoría Especial de la Relatividad, el llamado grupo de Lorenz y a la teoría general de la Relatividad el grupo de las transformaciones unívocas (*one to one)* diferenciales. Reichembach se pregunta sobre la relación entre cada una de estas teorías y el grupo de transformaciones correspondientes y a fin de obtener una respuesta parte de distinguir dos aspectos del concepto de *a priori* kantiano. Por un lado, las formas *a priori* de Kant son necesarias y no revisables y, por el otro, son **constitutivas**, en el sentido de que son las condiciones de posibilidad del conocimiento en general y, en particular, del conocimiento científico. Luego pasa a sostener que cada uno de los grupos de transformaciones considerados conforman una estructura *a priori* que es constitutiva respecto de cada teoría: así, el espacio newtoniano es *a priori* y constitutivo de la física newtoniana; el espacio de Minkowski es la estructura *a priori* correspondiente a la Teoría Especial de la Relatividad y las estructuras topológicas lo son para la Teoría General de la Relatividad. La consecuencia filosófica principal reside en la pérdida del concepto de *a priori* kantiano en tanto necesario, pero guardando el carácter de constitutivo en tanto condición de posibilidad. A nuestro interés, debemos observar que el carácter *a priori* de determinados elementos en cada teoría ha quedado relativizado al grupo de transformaciones asociado.[1] Por ejemplo, el espacio newtoniano junto a la métrica euclidiana correspondiente es la estructura constitutiva que establece la condición de posibilidad de la Física de Newton, pero no lo es respecto de la Teoría General de la Relatividad. De esta forma, preguntarse si la geometría euclidiana es verdadera en sentido absoluto carece de sentido ya que ésta resulta verdadera en relación con la física newtoniana, pero, dentro de la Teoría General de la Relatividad es empíricamente falsa.

Ahora bien, en el campo de la lógica el concepto de *invariancia* o

invariante no es nuevo y es común presentarlo asociado al concepto semántico de verdad lógica. Debe recordarse que ya Carnap en *Meaning and Necessity* (1946), inspirándose en la noción de mundo posible y verdad necesaria de Leibniz, utilizó en forma indirecta el concepto de invariante al definir *verdad lógica* o *analítica* como aquella que es verdadera en toda descripción de estado, lo cual es similar a afirmar que su verdad permanece invariante bajo cualquier descripción de estado. También es posible caracterizar una tautología (o una contradicción) como una fórmula cuya valuación es invariante respecto del grupo de transformaciones valuativas. También J. Piaget en su *Traité de logique, Essai de logique operatoire* (1949) hace un uso explícito de la noción de grupo de transformaciones de Klein, para explicar la forma de la estructura operatoria (o cognitiva) que da cuenta de las 16 conectivas binarias de la lógica clásica conocido bajo el nombre de Grupo INRC de las transformaciones proposicionales. Estas transformaciones son cuatro, a saber, la transformación por *identidad* (I), por *inversión* (N), por *reciprocidad* (R), por *correlatividad* (C) [2] y su mayor poder explicativo consistió en dar cuenta de las operaciones que estaban implícitas en las definiciones de cada conectiva proposicional en términos de las restantes y que tales transformaciones podían ser descriptas bajo la forma de un grupo de transformaciones análogo al de Klein.

Sin embargo, fue A. Tarski quien, recién en 1986, en su artículo *What are logical notions?* retoma en forma expresa la idea de grupo de transformaciones de Klein para responder a la pregunta acerca de qué es una noción lógica. En efecto, Tarski sugiere llamar a una noción "lógica" *si ella es invariante bajo todas las transformaciones unívocas (uno a uno) posibles del mundo sobre sí mismo o universo entero del discurso.* Y, a la pregunta de si todas las nociones definidas en el *Principia Matemática* son nociones lógicas en el sentido así definido, responde *Sí.* De inmediato pasa a dar ejemplos de las categorías o tipos semánticos. Por ejemplo, a nivel de los objetos de más bajo nivel, i.e., los individuos, no hay nociones lógicas en ese sentido, ya que puede haber transformaciones del mundo sobre sí mismo donde un individuo se transforme en otro pero sí encuentra las primeras en el nivel siguiente, i.e., en el de las clases de individuo, en la que las nociones lógicas son la clase universal y la clase vacía. Y

de esta forma sigue su análisis hasta mostrar que la noción de membresía de la teoría de conjuntos puede ser o no ser considerada una noción lógica según se la adopte o no como noción primitiva. Debe observarse que la afirmación de que si una noción es lógica entonces debe ser invariante bajo toda transformación sobre algún dominio, se sigue del resultado demostrado por Lindenbaum y el mismo Tarski para todo sistema LS de lógica superior que incluya teoría de tipos, a saber: *siempre que una relación entre individuos puede expresarse por una fórmula de LS, esa relación permanece invariante bajo toda permutación R de los individuos y tal invariante tiene prueba en LS*. El problema aparece con la afirmación conversa, o sea, si la petición de invariancia es condición suficiente para que una noción sea considerada lógica.

V. Mc Gee en su artículo titulado *Logical Operations* (1996), retomando la crítica que de esta misma caracterización hace G. Sher, se encarga de mostrar que la invariancia bajo todas las transformaciones, aún cuando se tome en cuenta la especificación de G. Sher respecto de que deben ser transformaciones biyectivas entre los dominios, no puede ser condición suficiente para que una noción sea una noción lógica. A los efectos de claridad el mismo Mc Gee toma las conectivas proposicionales como nociones lógicas y se pregunta si la caracterización de Tarski sirve para decidir si una conectiva es una noción lógica o no. En tanto operación lógica, coincide en que si una noción es una conectiva lógica entonces necesariamente será invariante en todo dominio adecuado. Sin embargo podría suceder que la propiedad de invariancia no sea suficiente para distinguir una noción lógica de otra que no lo es, y para mostrarlo introduce una conectiva llamada *negación unicornio*, la cual es definida de la siguiente manera:

$U\phi =_{\text{df}} (\neg\phi \wedge \text{no hay unicornios})$

Mc Gee muestra que esta nueva conectiva se comporta como la negación clásica pero, como ella contiene la afirmación concreta de que no hay unicornios, nadie podría considerarla una noción lógica. Este ejemplo resulta sofisticado y está pensado para mostrar la inadecuación de la definición tarskiana aún dentro de la lógica clásica. Sin embargo, nosotros entendemos que la negación concreta propuesta por la lógica paraconsistente de Newton da Costa para el sistema LD o la negación de Priest para el sistema LP se avienen también al caso.

Ellas constituyen una conectiva cuya valuación permanece invariante bajo toda transformación valuativa del sistema respectivo y, sin embargo, no cumple con los requisitos que se estipulan para ser una conectiva que represente una operación lógica de negación. Podríamos acordar entonces que la invariancia bajo las transformaciones no es condición suficiente para que una noción pueda ser considerada una noción lógica.

Sin embargo, para reivindicar a Tarski, deseamos recordar que su intención era caracterizar las nociones lógicas de acuerdo con el objetivo del grupo de transformaciones de Klein, i.e., ordenar o agrupar las distintas geometrías a través de las propiedades que permanecían invariantes bajo determinadas transformaciones y de ninguna manera proporcionar definiciones de las entidades geométricas pertenecientes a cada grupo. Lo que en el grupo de Klein queda claro y el grupo de Reichenbach reafirma, es que cada propiedad es **solidaria** de un grupo de transformaciones en tanto estructura de conjunto y cada grupo de transformaciones caracteriza sólo a las propiedades que son invariantes respecto de ese grupo.

En un artículo fundacional *What is Logic?*, Ian Hacking, aunque desde un lugar diferente, sostiene una posición que a nuestro entender arroja luces decisivas sobre este problema ya que admite una ampliación consistente con las ideas de Klein y Tarski. Hacking comienza -coincidiendo así con Dummet en su refutación a Frege- definiendo la lógica como *transiciones (o transformaciones) de oraciones en oraciones* (*declarativas*). Estas transiciones deben expresarse en el metalenguaje y deben considerarse solamente descripciones o codificaciones de cómo nosotros creemos que deben hacerse tales transiciones cuando deseamos decir que ellas son *lógicas*. Estas pueden entenderse como casos especiales de transformaciones y pueden ser tanto semánticas como sintácticas y, de acuerdo con Wittgenstein, nunca pueden considerarse justificaciones. Para ello, adopta el cálculo de secuentes de Gentzen, en el cual, como es sabido, las reglas estructurales, (i.e., *Reflexividad, Atenuación* y *Corte*) caracterizan el concepto de deducibilidad mientras que las reglas operatorias caracterizan (no definen) sintácticamente las constantes lógicas en concordancia con las reglas estructurales. Las reglas operatorias deben ser *conservativas*, i.e., deben preservar la llamada propiedad de subfórmula y la

relación de deducibilidad caracterizada por las reglas estructurales. Asimismo, las reglas operatorias sólo tienen sentido leídas dentro del marco de deducibilidad generado por las reglas estructurales y sólo dentro de esta estructura de conjunto puede decirse que caracterizan las constantes lógicas de la lógica proposicional. Asimismo, estas reglas operatorias además de ser solidarias de la deducibilidad, son las que fijan las propiedades de las conectivas que deberán mantenerse invariantes, como por ejemplo la *Propiedad de la Conjunción* o la *Propiedad de la Disyunción*. Estas reglas podrán considerarse definiciones de las constantes lógicas proposicionales solamente cuando se construya la semántica correspondiente, fundamentalmente las nociones de verdad y consecuencia lógica. Más aún, si se toca alguna de las reglas operatorias, se modifica la caracterización de la correspondiente conectiva, se habrá alterado la noción original de deducibilidad y, seguramente, se habrá obtenido una lógica divergente de la lógica clásica. Así, dentro de esta perspectiva es posible ordenar, a lo Klein, las distintas lógicas según las propiedades que quedan invariantes bajo las transiciones de un fragmento de lenguaje conformado a su vez por el respectivo conjunto de reglas estructurales y operatorias. O, si se prefiere, clasificar las distintas lógicas, según sean las reglas estructurales y operatorias que permanecen invariantes en las transformaciones (o transiciones) del respectivo fragmento del lenguaje. Tal como lo afirma G. Restall: *Algunas veces estamos interesados en la relación de consecuencia entre proposiciones "en general". Esto es, solamente prestamos atención a las relaciones lógicas entre ellas. (...) y entonces estamos dentro del alcance de la lógica clásica. Otras veces estamos interesados en una clase particular de proposiciones- que tienen una estructura particular. Podemos razonar sobre tiempos, lugares, procesos u otra clase de estructuras particulares (...).*

En este sentido, es posible sostener que las reglas lógicas, cualesquiera ellas sean son relativas al fragmento del lenguaje que ellas mismas delimitan y que, en tanto tales, ellas son constitutivas *a priori* en el sentido de Reichenbach y *a priori* relativizadas en el sentido de Friedman. De ahí que, similarmente a la respuesta dada por Reichenbach a la pregunta de si es verdadera la geometría euclidiana, desde esta perspectiva carece de sentido preguntarnos por la legitimidad de una lógica por sobre la otra. Tal como lo hace notar Hac-

king, en acuerdo con Kripke, Putnam y Dummet, el lenguaje natural (en su caso el inglés), no es ni clásico ni intuicionista y por ello la lógica clásica, la intuicionista o cualquier otra son construcciones realizadas por los lógicos a partir de abstracciones construidas sobre fragmentos específicos del lenguaje declarativo y que por lo tanto sus leyes o reglas serán invariantes dentro de las transformaciones de ese fragmento de lenguaje. Sin embargo, esto no excluye la primacía de la lógica clásica, ya que las lógicas de tales fragmentos se analizan desde un metalenguaje que responde a la noción de consecuencia de la lógica clásica, razón fundamental por la cual en capítulos anteriores nos hemos dedicado a analizar prioritariamente la noción de consecuencia clásica y luego otras no tan clásicas.

6.2. Porqué y cómo enseñar lógica

En lo que sigue nos basaremos esencialmente en el trabajo de E. Dubinsky titulado *"Reflexive abstraction in advanced mathematical thinking"*(1991)[3] el cual fue escrito dentro de la tradición de Brousseau, la cual a su vez se inscribe en la tradición de la teoría de la *Transposición Didáctica* de Ives Chevallard[4] y en la cual el pasaje del "saber del sabio al saber enseñado" es concebido como un proceso de transformación en tanto construcción por parte del alumno del *objeto de enseñanza.*

Dubinsky comienza diferenciando tres clases de abstracción en tanto procesos cognitivos, inspirándose en la teoría piagetiana[5]. La primera clase la constituye la *abstracción empírica* la cual consiste en abstraer las propiedades comunes de una cantidad de objetos observados. Si bien los objetos son externos al sujeto, la construcción de las propiedades comunes es el resultado de una operación interna del sujeto que ha consistido en "abstraer" la propiedad común de los

---

[3] En *Advanced Mathematical Thinking*, Ed. David Tall, Mathematics Educationh Library, Kluwer Academic Publishers. *La Trasnposición didáctica. Del saber del sabio al saber enseñado*, La penseé Sauvage, 1991.

[4] La *Trasnposición didáctica. Del saber del sabio al saber enseñado*, La penseé Sauvage, 1991.

[5] Para una primera comprensión de la teoría de la equilibración de la escuela de Piaget, remitimos al texto De C.Castorina y G.Palau: *Introducción a la lógica operatoria de Piaget*, Paidós, Barcelona 1981.

objetos observados. La abstracción llamada por Dubinsky "abstracción pseudoempírica" o "abstracción reflexisante" hace referencia al proceso cognitivo de abstraccción que se hace con o frente a objetos, como por ejemplo cuando se hace establecer a los alumnos una correspondencia uno a uno entre los elementos de dos conjuntos denumerables. Obviamente, comprender la correspondencia uno a uno es una construcción realizada por el sujeto. Por último la "abstracción reflexiva" es producto de una coordinación de las acciones cognitivas del sujeto en un nivel superior de generalización, por ejemplo la construcción del concepto de número entero.

A su vez, en la abstracción reflexiva pueden operar otros procesos cognitivos, a saber: 1) la interiorización, 2) la coordinación de dos procesos en uno nuevo, 3) la encapsulación y 4) la generalización. Por ejemplo, cuando un niño pasa de sumar dos números naturales dados a sumar cualquier cantidad de números, se dice que ha "interiorizado" la operación de suma y cuando ha aprendido a multiplicar es porque ha coordinado las acciones anteriores de sumar n veces en una nueva operación que consiste en multiplicar. La encapsulación es un proceso cognitivo más complicado ya que consiste en "englobar" bajo una estructura las operaciones que ha venido haciendo generando una nueva operación, en términos más comunes formando un nuevo concepto. En otras palabras, cuando el sujeto logra englobar en una estructura las estructuras anteriores, es porque éstas han sido encapsuladas. La inclusión entre conjuntos es un ejemplo sencillo: un niño puede afirmar que los perros son animales porque ha "encapsulado" el conjunto de los perros y el de los animales, lo cual le ha permitido inferir que el conjunto de los perros está incluido en el conjunto de los animales. Finalmente, la operación de generalización se da cuando un sujeto puede extender la aplicación de un concepto a otros que son similares, es decir, cuando puede determinar su extensión. Finalmente, un sujeto ha logrado completar una operación cuando sin enseñársele logra construir la inversa, operación ésta que recibe el nombre de *reversibilidad* operatoria, la cual es usada como *test* para determinar si el alumno ha encapsulado la primera operación. Así, los docentes de matemática presentan la resta a la espera de que los alumnos la construyan como la inversa de la suma y la división como la inversa de la multiplicación. De lo dicho se infiere

que toda acción cognitiva se descompone en otras que le son previas. En su trabajo Dubinsky aplica este método genético a la enseñanza del principio de inducción completa a partir investigar los conceptos o "saberes previos" o "acciones cognitivas" que debe haber realizado el alumno. Para el caso que nos ocupa estos son : (i) el concepto de función (en tanto "función sucesor") cuya conceptualización viene del aprendizaje de la matemática, pero genéticamente el sujeto ha construido desde sus primeros años de vida, (ii) la implicación material en tanto función veritativa y (iii) el *Modus Ponens*. En nuestros términos diríamos que estos son los saberes previos que necesita un alumno para entender o "construir" la forma de demostración conocida como *Principio de Inducción Completa*. En síntesis, para introducir un conocimiento nuevo, el sujeto debe tener internalizados o encapsulados en tanto acciones cognitivas los conocimientos que se presuponen constitutivos del conocimiento nuevo.

He aquí entonces la pregunta para todos los lectores ¿qué conocimientos previos presupone la enseñanza de la lógica, ya que lo único que poseen los alumnos es su lógica natural, la cual ya hemos visto que más que un conocimiento muchas veces constituye un obstáculo? El criterio para su selección consiste entonces en descubrir la secuencia de conceptos que deben construirse para llegar a construir el conocimiento buscado, sin desconocer que en esa secuencia los conocimientos previos se van reorganizando o reestructurando, o si se quiere, acomodando o revisándose para incorporar el conocimiento nuevo en tanto acción cognitiva y de esa forma reorganizado los conocimientos previos.

Daremos ahora y solo a título de ilustración un bosquejo de situación didáctica que habría que desarrollar a fin de hacer comprender el concepto de **razonamiento válido**.

Objetivo: que el alumno "interiorice" o "incorpore en tanto operación cognitiva" o "encapsule" el concepto de *razonamiento válido*, fundamental para la lógica clásica.

A fin de que el alumno interiorice el concepto de razonamiento o argumento válido previamente debe haber incorporado el concepto de razonamiento o argumento. Es posible también introducir a esta altura la idea de que hay varios tipos de argumentos (los inductivos, los analógicos, etc.) de los cuales no se habrá de ocupar la lógica deducti-

va. Sin embargo, para comprender los distintos tipos de argumentos, a su vez se debe haber interiorizado antes el concepto de proposición o enunciado[6]. A su vez, distinguir entre proposición y cualquier otra clase de proposición requiere acudir al concepto de verdad por correspondencia en una caracterización intuitiva respecto de la formulación de Tarski ya que ella nos remite a la verdad por correspondencia aristotélica, que es seguramente el concepto de verdad de la lógica del sentido común y por lo cual nos permite realizar un primer enlace entre la lógica formal y la lógica natural.

Con estas nociones construidas la respuesta del alumno a la pregunta de cuándo creen ellos que un argumento es válido será seguramente "cuando las premisas y la conclusión son verdaderas", que proviene de su lógica natural y que se presenta como un real obstáculo epistemológico. Estamos entonces en el momento preciso de construir la noción central de la lógica, i.e., la operación de deducción. Es aquí entonces donde hay que construir una situación didáctica que posibilite la construcción del concepto de deducción a partir de una noción previa que funciona como obstáculo. Hay entonces que comenzar a construir una estrategia que paso a paso elimine el obstáculo.

Para esta temática consideramos que la silogística categórica aristotélica conjuntamente con la herramienta diagramática provista por los llamados *diagramas de Venn*, constituye una herramienta casi indispensable para introducir la noción de argumento válido ya que, además de lo útil que resulta la visualización en el proceso de aprendizaje, involucra operaciones como la inclusión y la intersección entre conjuntos que está probado se incorporan en tanto acciones operatorias muy tempranamente en la lógica natural del sujeto, casi sin la presencia de obstáculos, lo cual ha hecho pensar a varios que son constitutivas de la lógica natural.

De ejercitaciones y prácticas novedosas e inteligentes están llenos los textos de lógica. Sin embargo debemos advertir que la enseñanza de la lógica no debe reducirse a la búsqueda de ejercicios "novedosos" e "inteligentes" y tampoco debe reducirse a la búsqueda de nuevas

[6] Para elegir el nombre de cada uno de los términos básicos que se debe utilizar en la enseñanza de la lógica recomiendo el finísimo análisis de los que ha realizado Raúl Orayen en su *libro Lógica, significado y Ontología,* UNAM, 1989.

estrategias de aprendizaje sin apoyarse en alguna teoría sobre conocimiento humano, la cual a esta altura de las investigaciones ya se coincide en que ella ha ser constructiva. Lamentablemente, las ciencias cognitivas no nos han proporcionado aún una teoría que, aunque parcialmente comprobada, nos dé cuenta de cómo realmente conoce el sujeto humano.

Por ello, la conclusión final tiene cierto tinte negativo: hasta que no sepamos cómo el sujeto humano construye el conocimiento y el papel que en tal proceso desempeñan las operaciones lógicas tanto clásicas como no clásicas, nos será harto dificultoso responder con seguridad y convicción a la pregunta de si es condición necesaria para el desarrollo del conocimiento humano enseñar lógica. En otras palabras, si enseñar lógica necesariamente hace que el alumno adquiera la práctica de razonar mejor. Casi con seguridad la respuesta será negativa en cuanto al razonar espontáneo de la vida cotidiana, pero pese a ello también creemos que la enseñanza de la lógica clásica y de otras no tan clásicas aumenta la capacidad de reflexionar si una determinada conclusión se sigue de la información dada ya que habrá internalizado al menos que no se puede considerar un buen argumento aquel que de informaciones verdaderas se extraen conclusiones falsas, ya que el criterio de invalidez es compartido por cualquier lógica. Más aún en la argumentación científica también es más fácil mostrar que una afirmación es falsa que mostrar su verdad, por lo cual es también más fácil derrotar un argumento que probar su validez.

Bibliografía

Adler, E. & Rips, L. (2008). *Reasoning. Studies of human inference and its foundations*. Cambridge University Press.

Antonelli, A. (2002). *Non-Monotonic Logic*, en *Stanford Encyclopedia of Philosophy*, publicación *on line*, web. sit. plato. stanford.edu/ entries/logic-nonmonotonic.

Antoniou, G. (1996). *Nonmonotonic Reasoning*, The MIT Press, Cambridge, Masachusetts.

Arbib, M. (1990). *A Piagetian Perspective on Mathematical Construction*, en Synthese, 84, pp.43-58.

Besnard, Ph. (1989). *An Introduction to Default Logic*, Springer-Velag.

Beth, E.W y Piaget, J. (1968). *La relación entre la lógica formal y la psicología,* Ciencia Nueva, Madrid.

Braine, M. D. S. (1990). *The natural Logic approach to Logic*. En *Reasoning, Necessity and Logic* (RNL), Edited by Willis F. Overton. Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, London.

Brewka, G. (1991). *Non-Monotonic Reasoning: Logical Foundations of Common sense,* Cambridge University Press, Cambridge.

Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique*, Recherches en Didactique de la mathematique*. La Pensée Sauvage, Grenoble.

Brousseau, G. (2008). *Introducción al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.

Carnap, R. (1947). *Meaning and Necessity*, Chicago Press.

Castorina J. A. y Palau, G. (1981). *Introducción a la lógica operatoria de Piage,* Paidós, Barcelona.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chellas, B. (1975). *Basic Conditional Logic*, en Journal of Philosophy, 4,133-153.

Chisholm, R.M. (1946). *Contrary-to-fact conditionals*, en Mind, 55, 289-307.

Dubinsky, E. (1991). *Reflective Abstraction in Advanced Mathematical Thinking*, en *Advanced Mathematical Thinking*, ed. by David Tall, Kluwer Academic Publishers, pp.95-123.

Duval, R. (1999). *Argumentar, demostrar, explicar: ¿continuidad o ruptura cognitiva*?, Pitágora, Bologna, Grupo Editorial Iberoamerica.

Edgington, D. (1995). *On Conditionals*, en *Mind* 104, 235-323.

Ellis, B. (1978). *A Unified Theory of Conditionals*, Journal of Philosophical Logic, 7,107-124.

Fisher, A. (1994). *The logic of real arguments*, Cambridge University Press.

Flach, Peter A. (2002). *Modern Logic and its Role in the Study if Knowledge*, en *A companion to Philosophical Logic*, Ed. D. Jacquette, Blackwell.

Fogelin, R. (1978). *Arguments. An Introduction to Informal Logic*, Harcourt Brace Jovanovich, INC.

García, R. (2000). *El conocimiento en construcción*, Barcelona, Gedisa.

Goodman, N. (1947). *The Problem of Counterfactual Conditionals*, en Journal of Philosophy, 44, pp. 113-128.

Hintikka, J. (1989). *The Role of Logic in Argumentation*, en The Monist, vol.72,1, pp.3-24.

Kneale, W. & Kneale, M. (1962). The Development of Logic, Oxford Clarendon Press (Hay traducción al español)

Kripke, S. (1980 2da. Ed.). Meaning and Necessity, Basil Blackwell.

Lewis, D. (1973). *Counterfactuals*, Blackwell, Oxford.

Makinson, D. (2005). *Bridges from Classical to Nonmonotonic Logic*, King's College, London.

Nute, D. (1980), *Topics in Conditional Logic*, D. Reidel Publishing Company.

Orayen, R. (1995). *Lógica Modal*, en *Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía*, vol. 7, *Lógica*, Ed. Trotta y Consejo Superior de Investigaciones Científicas de Madrid.

Palau, G. (1989). *Implicación relevante e implicación significante*, en Castorina y otros: *Problemas en Epistemología Genética*, Buenos Aires, Miño y Dávila Ed.

Palau, G. (2002). *Introducción filosófica a las lógicas no clásicas.*

Gedisa. *Temas de Cátedra.*
Palau, G. y otros (2004). *Lógicas condicionales y razonamiento de sentido común,* Gedisa, *Temas de Cátedra.*
Piaget, J. y García, R. (1989). *Hacia una lógica de las significaciones*, Barcelona, Gedisa.
Piaget, J. y García, R. (1984). *Psicogénesis e historia de la ciencia***,** Madrid Siglo XXI.
Reed, C. (2004). *On argumentation Schemes and the Natural Classification of Arguments,* en *Argumentation* , Kluwer Academic Publishers,
Rescher, N. (1976). *Plausible Reasoning*, Van Gorcum.
Restall, G. (1999). *An Introduction to substructural Logics*, Routdlege, London and New York.
Rumelhard. G. (1997). en *Obstacles: travail didactique* ASTER, n°24.
Sanford, D. (1989). *If P, then Q. Conditionals and the Foundations of Reasoning,* Roudlege, London, New York.
Scholnick, E. K. (1990). *The Three faces of If.* En *Reasoning, Necessity and Logic*, en *Reasoning, Necessity and Logic*. pp. 159-182.
Sher, G. (1989). A Conception of Tarskian Logic, en *Pacific Philosophical Quaterly* 70, pp. 341-68.
Sher, G. (1998/99). On the possibility of a Sustantive Theory of Truth, *Syntese* 117, pp. 132-72.
Sher, G. (1999). What is Tarski's Theoroy of Truth, *Topoi* 18, pp.146-166.
Stalnaker, R. (1975). *A Theory of Conditionals*, en *Causation and Conditionals*, Ed. E. Sossa, Oxford University Press.
Toulmin, S. (1969). *Thesis of Arguments,* Cambridge University Press.
Walton, D. (1991). *Informal Logic. A Handbook for Critical Argumentation.* Cambridge University Press.
Walton, D., REED, C. y MACAGNO, F. (2008). *Argumentation Schemes*, Cambridge University Press.
WOODS, I. & WALTON, D. (2004). *Argumentation, Critical Thinking, Logic and the Fallacies,* Pearson, Prentice Hall.
NOTA: Para consultar bibliografía más especializada ver las bibliografías incluidas en los libros de G. Palau citados en este texto.